

Mục lục

CHƯƠNG I. HÀM SỐ	2
A. CÂU HỎI	3
B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM	37
CHƯƠNG II. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN	38
A. CÂU HỎI	39
B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM	53
CHƯƠNG III. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN	54
A. CÂU HỎI	55
B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM	68
CHƯƠNG IV. SỐ PHỨC	69
A. CÂU HỎI	70
B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM	79

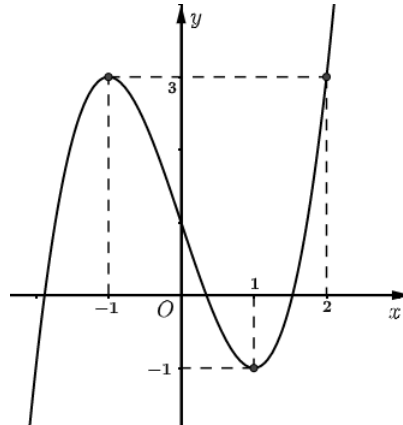
CHƯƠNG I

HÀM SỐ

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A. CÂU HỎI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2022.

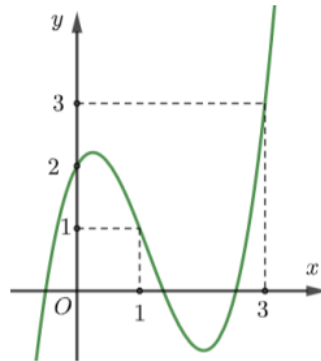


- (A) 2023. (B) 2000. (C) 2021. (D) 2022.

Câu 2. Cho a là số thực dương sao cho $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a \in (14; 16]$. (B) $a \in (12; 14]$. (C) $a \in (16; 18]$. (D) $a \in (10; 12]$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên $[-2; 4]$, gọi x_0 là điểm mà tại đó hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?



- (A) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (B) $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. (C) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. (D) $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 4. Cho phương trình $\ln(x+m) - e^x + m = 0$, với mọi m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- (A) 2022. (B) 2021. (C) 2019. (D) 4042.

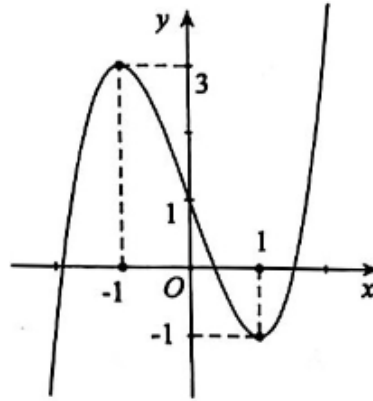
Câu 5. Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2-2} + 2^{2xy-1} \log_3(x-y) = 2^{1-xy} + 2^{2xy-2} [1 + \log_3(1-xy)]$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4(x^3 + y^3) - 6xy$ bằng

- (A) $\sqrt{40}$. (B) 40. (C) $\frac{22}{9}$. (D) $\frac{9}{22}$.

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên $y \geq 3$ sao cho tồn tại đúng 2 số thực x lớn hơn $\frac{1}{2021}$ thỏa mãn $(e^{y^x - xy + x})^{\ln y} = xy$?

- (A) 2028. (B) 2026. (C) 2027. (D) 2025.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\sin x) + (m - 5)f(\sin x) + 4 = [f(\sin x) + m - 1]|f(\sin x) - 2|$ có 5 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.



- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

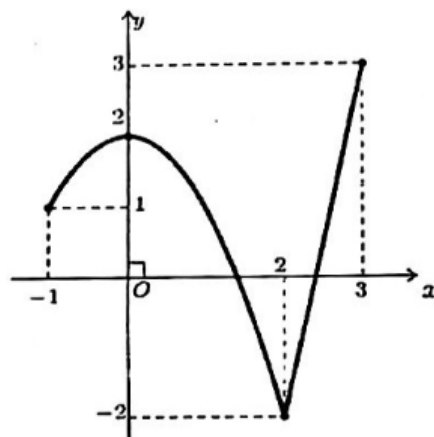
Câu 8. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2 + y^2 + 1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3x - 4y}{2x + y + 1}$ bằng $a\sqrt{113} + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a + b$ bằng

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 9. Cho hàm số $y = \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

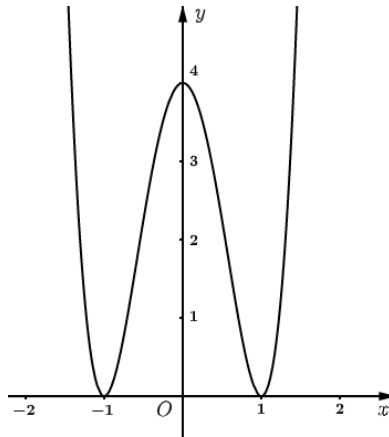
- (A) 18. (B) 10. (C) 20. (D) 14.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3|\cos x| - 1) + m$ bằng 4.



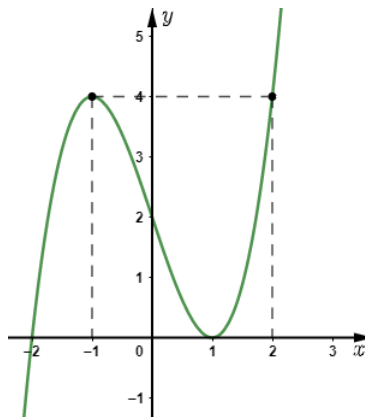
- (A) $m = 4$. (B) $m = 6$. (C) $m = 2$. (D) $m = 3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi số tự nhiên n là số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^2[f^2(x) - 2022m]$. Khi đó với mọi m ta luôn có $a \leq n \leq b$; $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị của $a + b$ bằng?



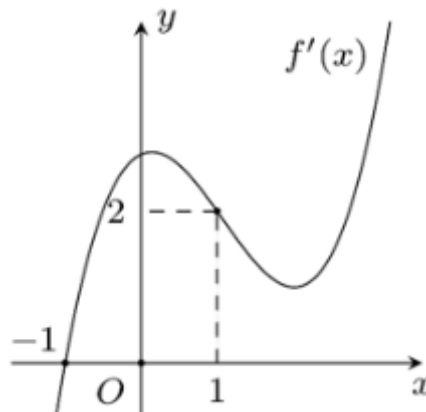
- (A) 25. (B) 21. (C) 15. (D) 18.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(|x|^3 - 3|x| + 2) - m + 1 = 0$ có 8 nghiệm phân biệt.



- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Câu 13. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2\pi)$?



- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 5.

Câu 14. Cho đường cong $(C_m) : y = x^3 - 3(m-1)x^2 - 3(m+1)x + 3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho O, A, B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \log_3 \left(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x \right) + 3x^{2021}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để bất phương trình $f(x^2 + 1) + f(-2mx) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

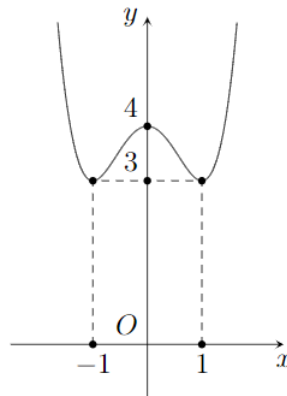
- (A) 2023. (B) 4020. (C) 4022. (D) 2021.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị nguyên $m \in (-2021; 2021)$ thỏa mãn

$$\left(\sqrt{m^2 - 2m + 4} + 1 - m \right) \left(\sqrt{4^m + 3} - 2^m \right) \geq 3$$

- (A) 2021. (B) 2020. (C) 1. (D) 0.

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $\log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?



- (A) 2019. (B) 2020. (C) 2022. (D) 2021.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x + 1 - |x - 1|)$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

- (A) 8. (B) 9. (C) 10. (D) 7.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3f(h) - 1}{6h} = \frac{2}{3}$ và $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) + 2x_1x_2(x_1 + x_2) - \frac{1}{3} \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Tính $f(2)$.

- (A) 8. (B) $\frac{17}{3}$. (C) $\frac{95}{3}$. (D) $\frac{25}{3}$.

Câu 20. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $(2^n + 3^n)^{2020} < (2^{2020} + 3^{2020})^n$. Số phần tử của S là

- (A) 8999. (B) 2019. (C) 1010. (D) 7979.

Câu 21. Tính $a + b$ biết $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 4\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 5$$

thỏa mãn với mọi $x \in [0; 2]$

- (A) $a + b = 4$. (B) $a + b = 2$. (C) $a + b = 0$. (D) $a + b = 6$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ sao cho $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{f(x_1)}{f(x_2)}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(x_2) \neq 0$. Biết $f'(1) = 2$, khi đó $f'(x)$ bằng

- (A) $2f(x)$. (B) $\frac{f(x)}{x}$. (C) $2xf(x)$. (D) $\frac{2f(x)}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

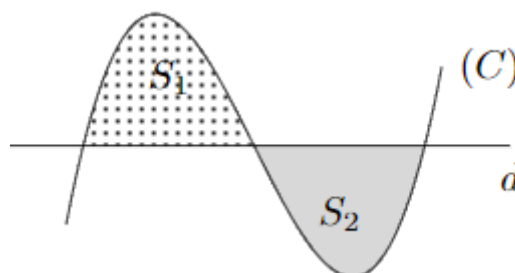
Tìm m để phương trình $|f(x - 1) + 2| = m$ có 4 nghiệm thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < 1 < x_4$.

- (A) $4 < m < 6$. (B) $3 < m < 6$. (C) $2 < m < 6$. (D) $2 < m < 4$.

Câu 24. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3\log_a(b^2 + 16b - 16) + \frac{16}{27}\log_{\frac{3}{b}}a$.

- (A) 8. (B) 18. (C) 9. (D) 17.

Câu 25. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -45m - 2$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + x + 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Số phần tử của tập X là



- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 9.

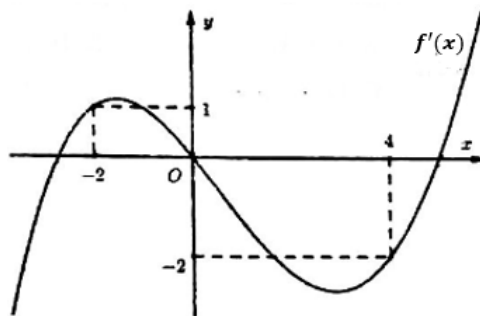
Câu 26. Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m(x+4)\sqrt{x^2+2} = 5x^2 + 8x + 24$ có 4 nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a; b)$. Giá trị $a + b$ bằng.

- (A) $\frac{28}{3}$. (B) $\frac{25}{3}$. (C) 4. (D) 9.

Câu 27. Gọi S là tập các số nguyên y sao cho với mỗi $y \in S$ có đúng 10 số nguyên x thỏa mãn $2^{y-x} \geq \log_3(x+y^2)$. Tính tổng các phần tử thuộc S

- (A) 7. (B) -4. (C) 1. (D) -1.

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = 4f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

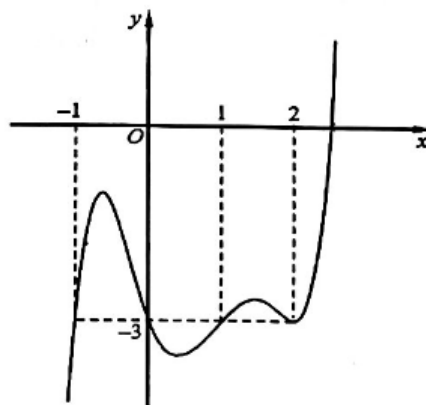


- (A) 4. (B) 7. (C) 3. (D) 5.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x} + 2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình $f(4^x - mx + 37m) + f((x - m - 37)2^x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A) $(30; 50)$. (B) $(10; 30)$. (C) $(50; 70)$. (D) $(-10; 10)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) < 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m, n lần lượt là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = |f(|x|) + 3|x||$. Giá trị của m^n là

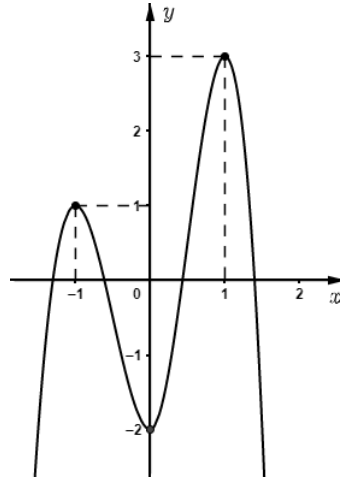


- (A) 4. (B) 8. (C) 27. (D) 16.

Câu 31. Cho $f(x)$ là hàm đa thức và cho hàm đa thức bậc ba $g(x) = f(x+1)$ thỏa mãn $(x-1)g'(x+3) = (x+1)g'(x+2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(2x^2 - 4x + 5)$

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 5.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(1-x)$ được cho trong hình vẽ có đúng 3 điểm cực trị là $A(-1;1)$, $B(0;-2)$, $C(1;3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) - \frac{2x+1}{x+2} + m = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?



- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 5.

Câu 33. Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(y+z)\left(3^x - 81^{\frac{1}{y+z}}\right) = xy + xz - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2y^2 + z^2)$.

- (A) $2 + \log_2 3$. (B) $5 - \log_2 3$. (C) $\log_2 11$. (D) $4 - \log_3 2$.

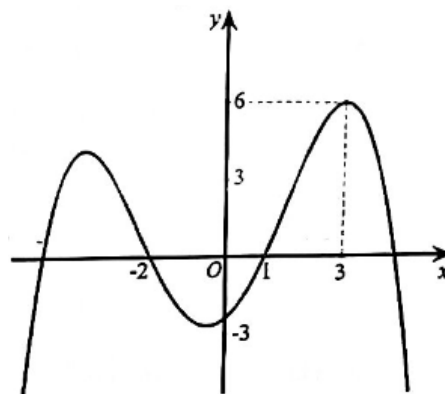
Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình

$$2^{3^m} \cdot 7^{x^2-2x} + 7^{3^m} \cdot 2^{x^2-2x} = 14^{3^m} (7x^2 - 14x + 2 - 7 \cdot 3^m)$$

có bốn nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn -1 .

- (A) 10. (B) 9. (C) 11. (D) 8.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $T = 103f(a^2 + a + 1) + 234f(af(b) + bf(a))$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi m là số cặp $(a; b)$ mà tại đó biểu thức T đạt giá trị lớn nhất, gọi giá trị lớn nhất của T là M . Giá trị biểu thức $\frac{M}{m}$ bằng

- (A) $\frac{1011}{4}$. (B) $\frac{1011}{8}$. (C) $\frac{337}{2}$. (D) $\frac{674}{3}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	3	8	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

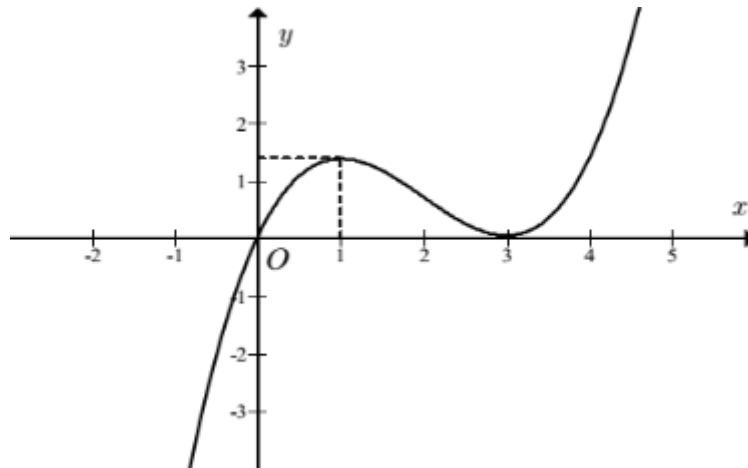
Hàm số $y = f(x^2 + 2|x|)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-2; 0)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(1; 2)$.

Câu 37. Cho $f(x) = 2023 \cdot \ln(e^{\frac{x}{2023}} + e^{\frac{1}{2}})$. Tính giá trị biểu thức $H = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2022)$.

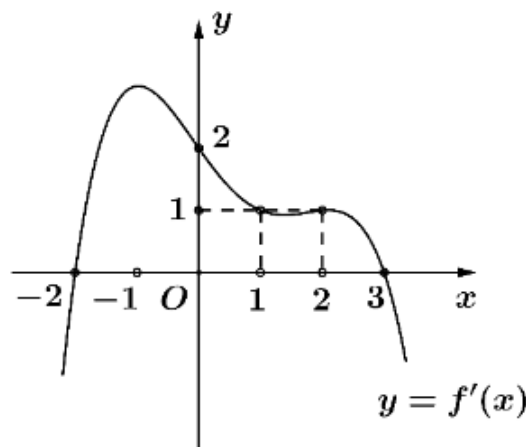
- (A) 2022. (B) e^{2022} . (C) e^{1011} . (D) 1011.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-100; 100]$ để hàm số $h(x) = |f^2(x) + 4f(x) + 3m|$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng



- (A) 5047. (B) 5049. (C) 5050. (D) 5043.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(2x) + \frac{8x^3}{3} - 4x - m < 0$ đúng với mọi $x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$.



- (A) $m > f(1) - \frac{5}{3}$. (B) $m \geq f(0)$. (C) $m > f(0)$. (D) $m > f(3)$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$$

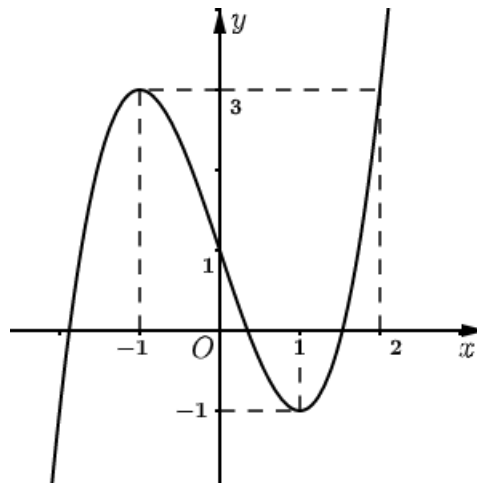
có nghiệm thực?

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 7.

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương và thỏa mãn $\frac{x^2+1}{\sqrt{y}} = \frac{y+1}{x}$. Giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $P = \frac{y+4}{x}$ là

- (A) $m = 4$. (B) $m = 8$. (C) $m = 3$. (D) $m = 2\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $\log_2^3(f(x)+1) - \log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1) - 2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1} + 6 = 0$ là

- (A) 7. (B) 5. (C) 6. (D) 8.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2020) = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Giá trị $2a - b$ là

- (A) 2. (B) 4. (C) -2. (D) -4.

Câu 44. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 > 1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+4y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + y$ bằng

- (A) $5 + 2\sqrt{10}$. (B) $5 + 4\sqrt{5}$. (C) $5 + 5\sqrt{2}$. (D) $10 + 2\sqrt{5}$.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$3^{4x^2-1} \log(4x^2+4x+2) = 3^{y-2x-4} \log(2x+y-1)$$

đồng thời $x, y \leq 2021$?

- (A) 15. (B) 28. (C) 22. (D) 35.

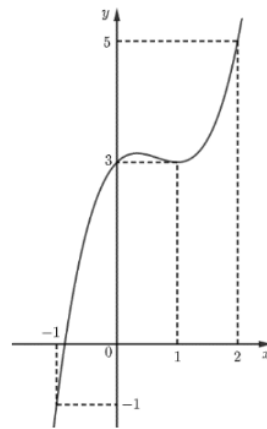
Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - m^2}{x + 1}$, với m là tham số. Gọi m_1, m_2 (với $m_1 < m_2$) là các giá trị của tham số m thỏa mãn $2\max_{[0;2]} f(x) - \min_{[0;2]} f(x) = 8$. Tổng $2m_1 + 3m_2$ bằng

- (A) 1. (B) -2. (C) 4. (D) -1.

Câu 47. Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $(x + y)^3 + 4xy \geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 5(x^4 + y^4 + x^2y^2) - 4(x^2 + y^2) + 2$ bằng

- (A) -14. (B) 14. (C) $\frac{14}{15}$. (D) $\frac{25}{16}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- (A) $g(-1) > g(1)$. (B) $g(1) > g(2)$. (C) $g(1) = g(2)$. (D) $g(-1) = g(1)$.

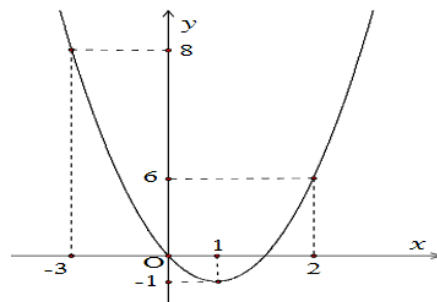
Câu 49. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x + 2) + x - 3y = 8^y$. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn các điều đã cho?

- (A) 2018. (B) 1. (C) 2019. (D) 4.

Câu 50. Với a, b là các số thực thỏa mãn $2a^3 - 6a^2 + 7a = (3 - 2b)\sqrt{1 - b} + 3$ và biểu thức $P = 2a + b$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $a + b$ bằng

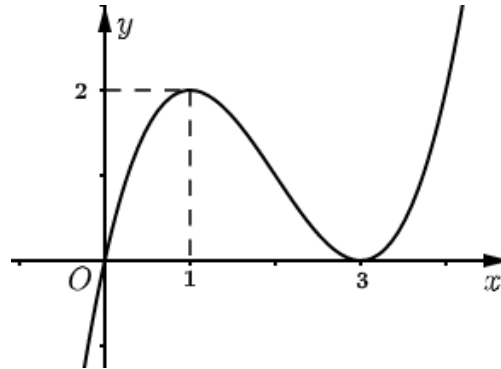
- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 8.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x) + 2m|$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng 5 là



- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{3}{2}$. (C) $-\frac{7}{2}$. (D) -2.

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = |f^2(x) + 4f(x) - 2m|$ có đúng 5 điểm cực trị là



- (A) $(-2; 0)$. (B) $(6; 8)$. (C) $(0; 6)$. (D) $(-2; 0] \cup [6; +\infty)$.

Câu 53. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn

$$(y+1)^2 \ln \left(x^2 - \frac{x^2}{y+2} \right) + [x^2 + (x^2 - 1)y - 2] [3x^2 + (3x^2 + 5)y + 10] = 0$$

Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + \frac{y}{2}$ có dạng $a + b\sqrt{2}$ với a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $S = a^2 + b^2$ thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $(3; 5)$. (B) $(2; 3)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(1; 2)$.

Câu 54. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = 2^{-\frac{1}{x^4}} [f(2x+1)]^3$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$

- (A) 4. (B) 6. (C) 7. (D) 5.

Câu 55. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$, trong đó x, y nguyên dương thuộc đoạn $[0; 2022]$, thỏa mãn điều kiện $2^x - \log_2(y^2 + 615) = y^2 - x + 615$?

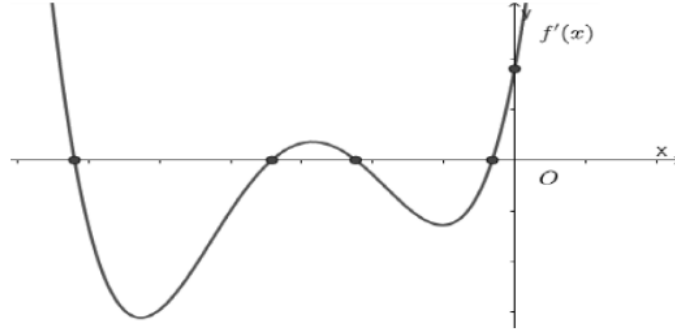
- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 56. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn

$$2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$$

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 57. Cho hàm đa thức $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết rằng $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại đúng 4 điểm phân biệt. Hỏi hàm $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

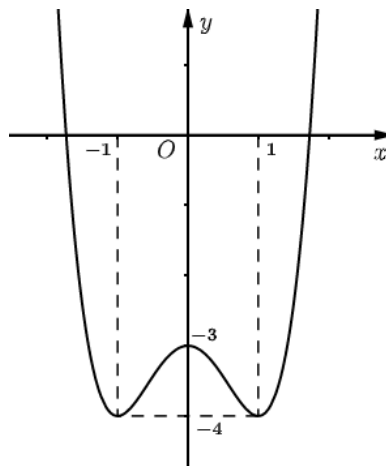


- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 58. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn $(2^{y+1} - x^2)(3^y - x) < 0$?

- (A) 67. (B) 64. (C) 128. (D) 53.

Câu 59. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 4x + 6}) - 2(x^2 - 4x)\sqrt{x^2 - 4x + 6} - 12\sqrt{x^2 - 4x + 6} + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

- (A) $-12 - 12\sqrt{6}$. (B) $12 - 12\sqrt{6}$. (C) $12 - 2\sqrt{12}$. (D) $-12 - 2\sqrt{6}$.

Câu 60. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $27^x - (2m - 1)9^x + (m^2 + 2m - 53)3^x - m^2 + 51 = 0$ có ba nghiệm không âm phân biệt. Số phần tử của S là

- (A) 17. (B) 23. (C) 19. (D) 18.

Câu 61. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x}+2}{\sqrt{3-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-6; 2)$?

- (A) 11. (B) 10. (C) 8. (D) 7.

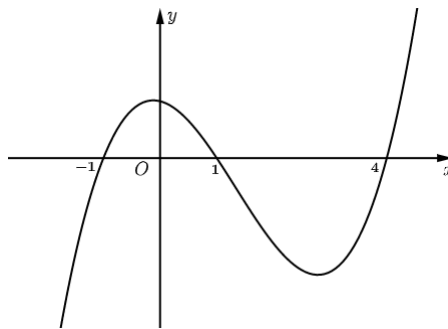
Câu 62. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 2 số nguyên y thỏa mãn $4^{x^2-5y+16} + 2^{-x-y} \geq 512$ và $x+y > 0$?

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

Câu 63. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_{2022} \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) = \frac{1}{2}(xy - 4)^2$. Khi biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 64. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng

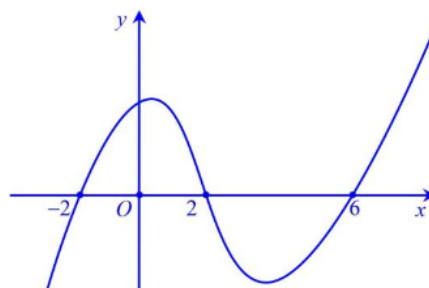


- (A) 18. (B) 11. (C) 2. (D) 13.

Câu 65. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \frac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x + 2022y$ bằng

- (A) 6064. (B) 4043. (C) 6065. (D) 8085.

Câu 66. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|2x^3 + 3x| - m + 1)$ có đúng 5 điểm cực trị?



- (A) 4. (B) 7. (C) 5. (D) 6.

Câu 67. Cho phương trình $(x^2 - 2x + m)^2 - 2x^2 + 3x - m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt?

- (A) 2022. (B) 4045. (C) 2024. (D) 2023.

Câu 68. Có bao nhiêu số nguyên y thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ sao cho tồn tại $x \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $12\sqrt[3]{3y+12} \cdot 2^x = 2^{3x} - 3y$

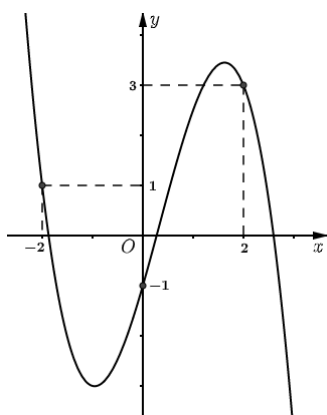
- (A) 2027. (B) 2028. (C) 2021. (D) 2022.

Câu 69. Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022; 2022]$ thỏa mãn

$$\left[\log_2^2(2x) - 3\log_2 x - 7 \right] \cdot \sqrt{27 - 3^{x-6}} \leq 0$$

- (A) 9. (B) 8. (C) 2021. (D) 2022.

Câu 70. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ dưới đây.



Đặt hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{4} + x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- (A) $(-\infty; -5]$. (B) $[-1; +\infty)$. (C) $(-5; -1)$. (D) $(-1; +\infty)$.

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $h(x) = |f(x) - m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

- (A) 21. (B) 19. (C) 18. (D) 20.

Câu 72. Cho bất phương trình $8^x + 3x \cdot 4^x + (3x^2 + 2)2^x \leq (m^3 - 1)x^3 + 2(m - 1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng năm nghiệm nguyên dương phân biệt là

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

Câu 73. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$	
			0		0			

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình $(f^2(x) + x^2)^2 - (m^2 + 2m + 14)(f^2(x) + x^2) + 4(m + 1)^2 + 36 = 0$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

- (A) 0. (B) 4043. (C) 4044. (D) 1.

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - 3x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 30]$ để hàm số $y = f(|x^4 - 8x^2| + m)$ có đúng 7 điểm cực trị.

- (A) 2. (B) 16. (C) 17. (D) 1.

Câu 75. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $y \leq 20$ thỏa mãn

$$\log_{2022} \frac{x+1}{y+1} \leq y^4 + 2y^3 - x^2y^2 - 2y^2x$$

- (A) 380. (B) 200. (C) 420. (D) 210.

Câu 76. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ để hàm số $f(x) = |x|^3 - 3mx^2 + 24(m - 2)|x| + 2021m$ có đúng năm điểm cực trị là

- (A) 2025. (B) 2021. (C) 2019. (D) 2020.

Câu 77. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $5^{x^2 - 2x - 3} - (2x - x^2) \cdot 25^x \leq 1 + 3 \cdot 25^x$ là

- (A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

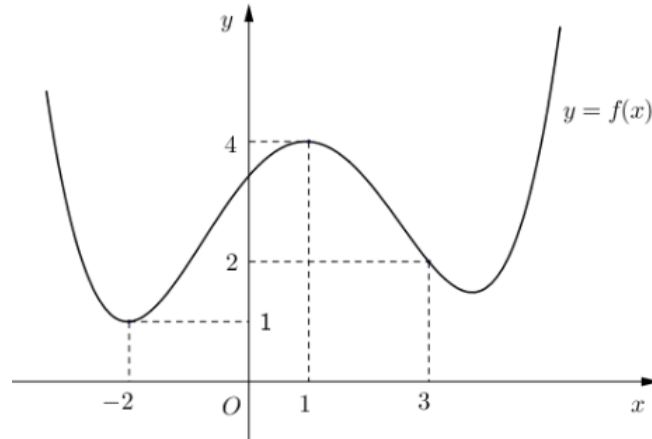
Câu 78. Cho các số thực a dương và b không âm thỏa mãn $2^{a+\frac{1}{a}} \leq \log_2 [(8-b)\sqrt{b+4}]$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $a \sin 2x + b \cos 2x = 2m - 1$ có nghiệm là

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 0.

Câu 79. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là $A(x_1; 0)$, $B(x_2; 0)$, $C(x_3; 0)$, $D(x_4; 0)$, với x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của (C) tại A, B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = [f'(x_3) + f'(x_4)]^{2022}$ bằng

- (A) $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. (B) $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. (C) $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. (D) $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

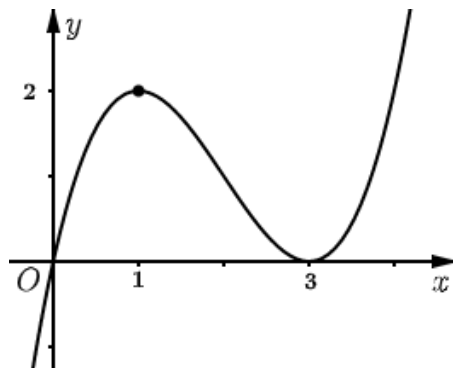
Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình $\frac{m}{f(x)} - \sqrt{mf(x)} - 1 \geq \frac{3}{4}f^2(x)$ đúng với mọi $x \in [-2; 3]$?

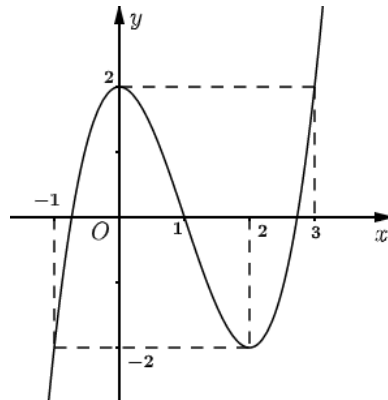
- (A) 1875. (B) 1872. (C) 1874. (D) 1873.

Câu 81. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a \neq 0$). Hàm số $f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) - x^2$ là



- (A) 6. (B) 4. (C) 8. (D) 10.

Câu 82. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Biết $f(0) = \frac{1}{2}$, số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left| 18f\left(1 - \frac{x}{3}\right) - x^2 \right|$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 7.

Câu 83. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2 - |x - 2y|} \leq \log_{y^2 + 3}(|x - 2y| + 3)$?

- (A) 13. (B) 11. (C) 12. (D) 10.

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(1) < 0$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	-4	$+\infty$

Hàm số $g(x) = \left| f\left(\sqrt{x^2 + 1}\right) + x^2 \right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; -1)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(-1; 0)$.

Câu 85. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 2)^2(x^2 - x)$, $x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- (A) 154. (B) 17. (C) 213. (D) 153.

Câu 86. Trên parabol $(P): y = x^2$ lấy hai điểm $A(-1; 1)$, $B(2; 4)$. Gọi M là điểm trên cung AB của (P) sao cho diện tích của tam giác AMB lớn nhất. Biết chu vi tam giác MAB là $a\sqrt{2} + b\sqrt{5} + c\sqrt{29}$, khi đó giá trị $a + b + c$ bằng

- (A) $\frac{29}{6}$. (B) $\frac{41}{9}$. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{13}{3}$.

Câu 87. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b , có đúng 3 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn $\log_2 \frac{2^a + a}{ab} + 2^a \leq a(b - 1)$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 88. Cho hàm số $f(x) = x + 3^x$ và $g(x) = x^3 - mx^2 + (m^2 + 1)x - 3$ với m là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(2x + f(x))$ trên đoạn $[0; 1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng

- (A) 3. (B) $\frac{7}{2}$. (C) $\frac{5}{2}$. (D) 2.

Câu 89. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 7x + 12)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

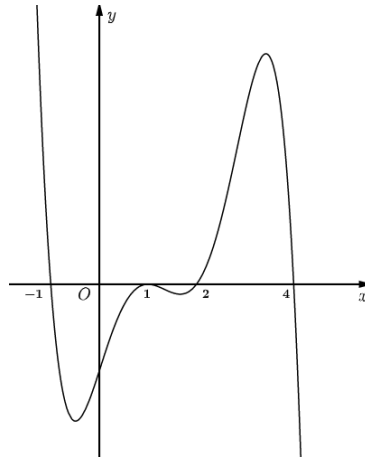
Câu 90. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{2\log_3(x+2)} - \sqrt{\log_3(2x^2-1)} \geq (x+1)(x-5)$?

- (A) 8. (B) 7. (C) 6. (D) 5.

Câu 91. Với các số thực không âm a, b thỏa mãn $16b + 3a \cdot 2^{3a+4b} \geq 8$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3a^2 + 3b^2 + 12a + 18b + 6$ bằng

- (A) 15. (B) 18. (C) 25. (D) 21.

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f(x^2) = 2022m - 2021$ (với m là tham số) là

- (A) 5. (B) 4. (C) 7. (D) 6.

Câu 93. Biết nửa khoảng $S = [p^m; p^n)$ ($p, m, n \in \mathbb{N}^*$) là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2-2x} - 27)(5^{x^2} - y) \leq 0$. Tổng $m + n + p$ bằng

- (A) $m + n + p = 46$. (B) $m + n + p = 66$. (C) $m + n + p = 14$. (D) $m + n + p = 30$.

Câu 94. Cho phương trình $\log_a 4 + \log_{\frac{1}{5}}(\sqrt{x^2 + ax + 2} + 4) \cdot \log_a(x^2 + ax + 5) = 0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số a để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Câu 95. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$\log_8(x^2 + 4mx + 12m) < \log_8(x^2 + 4x + 12) \cdot \log_8(x^2 + 8x + 24)$$

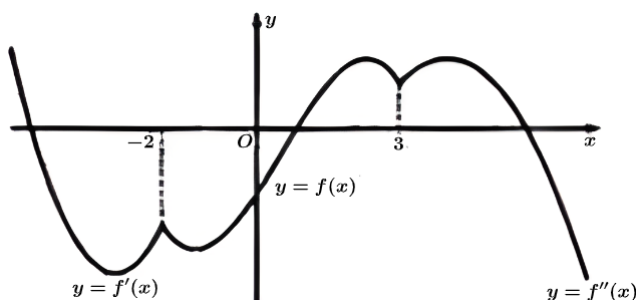
nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 96. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x$ và $g(x) = |f(2 + \sin x) + m|$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để $\max_{\mathbb{R}} g(x) + \min_{\mathbb{R}} g(x) = 50$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 97. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $(-\infty; 2]$, đồ thị $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ và đồ thị $y = f''(x)$ trên $[3; +\infty)$.



Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y = f(x)$ là

- (A) 5. (B) 6. (C) 3. (D) 7.

Câu 98. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại số thực $b \geq a$ thỏa mãn $4^a = 2^b + b$ và đoạn $[a; b]$ chứa không quá 5 số nguyên?

- (A) 5. (B) 10. (C) 6. (D) 11.

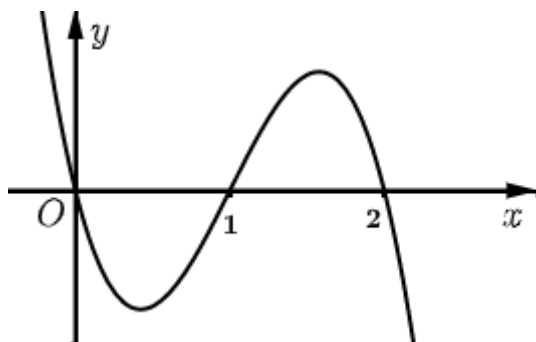
Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	-4	0	4	0	$+\infty$

Tính tổng tất cả các giá trị nguyên $m \in (-8; 8)$ để hàm số $y = f(3x - 1) + x^3 - 3(m - 1)x + m$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

- (A) -33. (B) -39. (C) -22. (D) -25.

Câu 100. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(1 + x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho $g(x) = f(-x^2 + 2x - 2022 + m)$ đồng biến trên $(0; 1)$?



- (A) 2023. (B) 2021. (C) 2022. (D) 2024.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$ có không quá 6 điểm cực trị?

- (A) 2. (B) 5. (C) 4. (D) 7.

Câu 102. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a , có không quá 20 số nguyên b thỏa mãn $2^a + 4 \cdot 6^b < 2^{a+b+2} + 3^b$?

- (A) 33. (B) 32. (C) 31. (D) 30.

Câu 103. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + x - 6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x^3 - 3x^2 - 9x + m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

- (A) 7. (B) 8. (C) 9. (D) 10.

Câu 104. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m} + e^{x+y+xy-m} = x^2 + y^2 + x + y + xy - 2m + 2$

- (A) 9. (B) 7. (C) 6. (D) 8.

Câu 105. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m^2 + 1)\log_2^2 x - 10\log_2 x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt không nhỏ hơn 1 là

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 106. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	0	-2	-4	0	$+\infty$

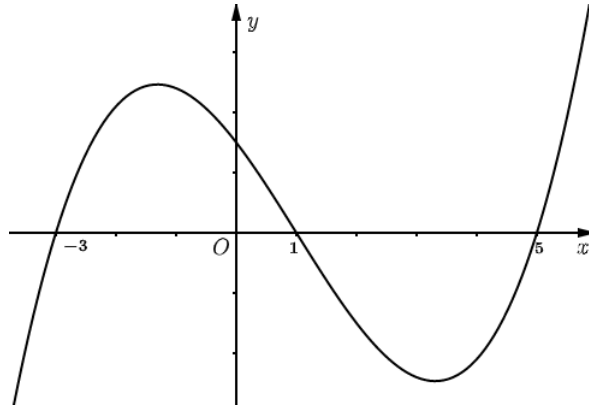
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(|x+1|-2)] = m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3; 3]$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 107. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. Biết hàm số $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) nhận $x = 1$ là điểm cực trị. Số điểm cực trị của hàm số $y = g(f(x))$ là

- (A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 3.

Câu 108. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



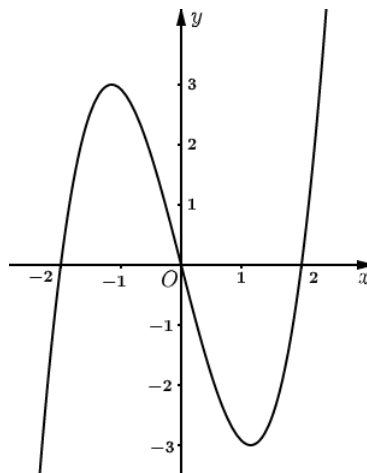
Tổng các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|x - 1| + m - 9)$ có đúng 3 điểm cực tiểu là

- (A) 40. (B) 34. (C) 24. (D) 30.

Câu 109. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi giá trị của x có đúng 11 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình $(2^y - x^2)(5^y - x - 1) \leq 0$?

- (A) 55. (B) 34. (C) 130. (D) 88.

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(-x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



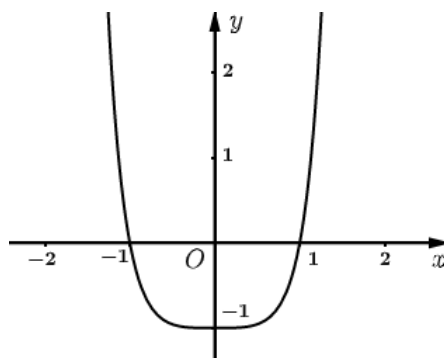
Điều kiện của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{2 - x^2}) \leq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ là

- (A) $m \geq f(0)$. (B) $m < f(\sqrt{2})$. (C) $m \geq f(\sqrt{2})$. (D) $m > f(\sqrt{2})$.

Câu 111. Cho $a, b, c > 1$ thỏa mãn $6 \log_{2ab} c \geq 1 + \log_{2b} c \cdot \log_a c$ và biết phương trình $c^{x^2+1} = a^x$ có nghiệm. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_a(2bc^2)$ bằng $\frac{m + \sqrt{n}}{p}$ trong đó m, n, p là các số nguyên dương và $\frac{m}{p}$ là phân số tối giản. Giá trị của $m + n + p$ bằng

- (A) 48. (B) 60. (C) 64. (D) 56.

Câu 112. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^4 - b^2x^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) là đường cong như hình vẽ:



Số các giá trị nguyên của m để phương trình $xf(\sqrt{x}) = (2m+2)x^2 - (m^2-5)x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2$?

- (A) 2. (B) 1. (C) 5. (D) 4.

Câu 113. Cho a, b là hai số thay đổi thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a + b = 12$. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_a x \cdot \log_b x - \log_a x - \log_b x - 1 = 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x_1 \cdot x_2$ là

- (A) $P_{\max} = 39$. (B) $P_{\max} = 36$. (C) $P_{\max} = 32$. (D) $P_{\max} = 45$.

Câu 114. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x^2-4x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^2 - 12x + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 17. (B) 18. (C) 16. (D) 19.

Câu 115. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên x và y sao cho đẳng thức sau thỏa mãn

$$\log_{2021} (4^x - 2^{x+1} + 2022)^{y^2+101} = 20y + 1$$

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-2	2		-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f^2(x^2 - 4x) - (m+5)f(x^2 - 4x) + m = 0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 7.

Câu 117. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)^4(x+4)^3[x^2 + 2(m+3)x + 6m + 18]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị?

- (A) 6. (B) 8. (C) 7. (D) 5.

Câu 118. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x + 2m) = \log_5(3^x - m^2)$ có nghiệm?

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 2.

Câu 119. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m|)$ có nhiều điểm cực trị nhất.

- (A) 132. (B) 143. (C) 286. (D) 253.

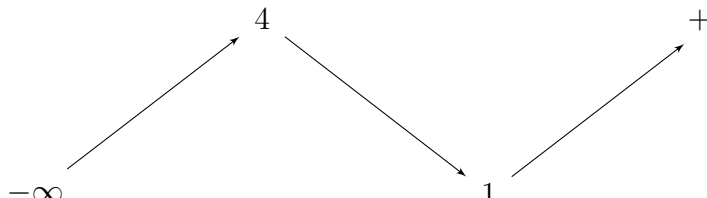
Câu 120. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $2 \cdot 3^y + y = 2x - 1 + \log_3(2x + 3^y)$ với $1 \leq x \leq 2022$?

- (A) 6. (B) 2021. (C) 2022. (D) 5.

Câu 121. Có bao nhiêu số nguyên b sao cho ứng với mỗi b có không quá 10 số nguyên a thỏa mãn $3^{3a+2} + 9^{b-1} < 3^a(3^{a-2} + 9^{b+1})$?

- (A) 18. (B) 23. (C) 20. (D) 22.

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$	0		4		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$					$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để cho hàm số $y = f(x^3 - 3x^2 + m)$ có 3 điểm cực tiểu?

- (A) 6. (B) 8. (C) 7. (D) 5.

Câu 123. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 16x$ và $f(1) = -4$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$. Tính giá trị biểu thức $T = k^2 + 2k - 3$.

- (A) $T = 5$. (B) $T = 12$. (C) $T = 21$. (D) $T = 60$.

Câu 124. Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-2022; 2022]$ để bất phương trình $(5x)^{y + \frac{\log_5 x}{10}} \geq 5^{\frac{11}{10} \log_5 x}$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x \in (1; 25)$?

- (A) 2022. (B) 2023. (C) 4044. (D) 4026.

Câu 125. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		
			-5			$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

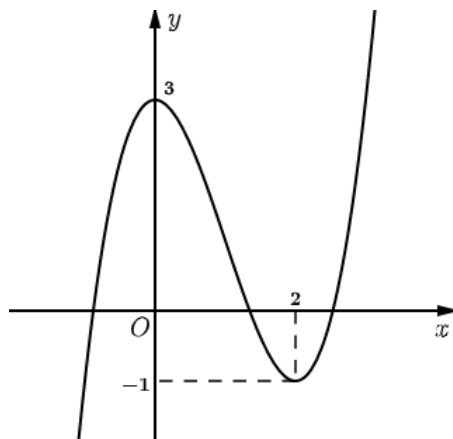
Câu 126. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 - \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) \geq \log_7(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- (A) $-2 < m \leq 5$. (B) $-2 \leq m < 5$. (C) $2 \leq m < 5$. (D) $2 < m \leq 5$.

Câu 127. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0; 2022]$ sao cho $y - x - 2 \geq 0$ và $4 \cdot 2^x - 2^y + 3(x - y) + 6 \geq 0$?

- (A) 2022. (B) 2021. (C) 2020. (D) 2023.

Câu 128. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong đoạn $[-20; 22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left| 10f(x - m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$ có 3 điểm cực trị?

- (A) 32. (B) 40. (C) 36. (D) 38.

Câu 129. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y , có đúng bốn số nguyên dương x thỏa mãn $\ln \frac{2^x + x}{xy} + 2^x + x(1 - y) \leq 0$?

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

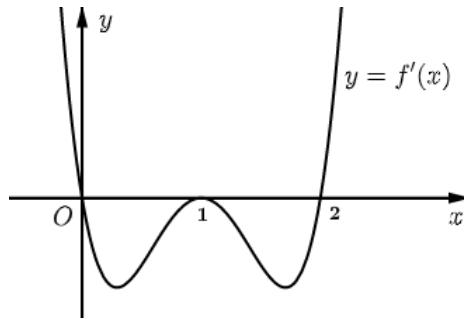
Câu 130. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{2^x - y} < 0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5?

- (A) 499. (B) 498. (C) 512. (D) 511.

Câu 131. Cho bất phương trình $1 + 3x^2 + (m + 5)x + m + \log_2(x^2 + 2x + m) > 3x^3 + 2\log_2(4x - 2)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên x ?

- (A) 9. (B) 8. (C) 7. (D) 10.

Câu 132. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc năm. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = 2021^{f(x^3 - 3x^2 + m)} + 2022$ có 8 điểm cực trị?



- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 133. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = f(f(x))$, $y = f(x^2 + 2x - 1)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) , (C_3) . Đường thẳng $x = 2$ cắt (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt tại A , B , C . Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A và (C_2) tại B lần lượt là $y = 2x + 3$ và $y = 8x + 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là

- (A) $y = 24x - 27$. (B) $y = 12x + 3$. (C) $y = 4x + 1$. (D) $y = 8x - 9$.

Câu 134. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	15	-1	15	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(f^2(x) - 2f(x) - m)$ có đúng 25 điểm cực trị?

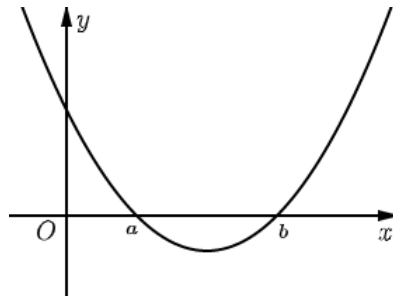
- (A) 188. (B) 187. (C) 189. (D) 190.

Câu 135. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} + x^2 + 4x = 4y^2 + 8y + 1$$

- (A) 1010. (B) 4040. (C) vô số. (D) 2020.

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2022; 2022]$ để hàm số $g(x) = |2f^2(x) + 3f(x) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị, biết phương trình $f'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt, $f(a) = 1$, $f(b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.



- (A) 2018. (B) 2019. (C) 4044. (D) 2020.

Câu 137. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-20; 20]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx - 2}{x - 1} \right|$ trên đoạn $[0; 2] \setminus \{1\}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- (A) 20. (B) 21. (C) 19. (D) 22.

Câu 138. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \leq x, y \leq 2022$ và $(xy + 2x + 5y + 10) \log_5 \left(\frac{7y}{y+18} \right) \leq (3x + 3y - xy - 9) \log_3 \left(\frac{3x+1}{x-3} \right)$?

- (A) 2020. (B) 3. (C) 4038. (D) 6057.

Câu 139. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+1} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ khác rỗng và chứa không quá 5 số nguyên?

- (A) 281. (B) 143. (C) 121. (D) 243.

Câu 140. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$, trong đó $x, y \in \mathbb{N}^*$ sao cho bất phương trình sau luôn đúng

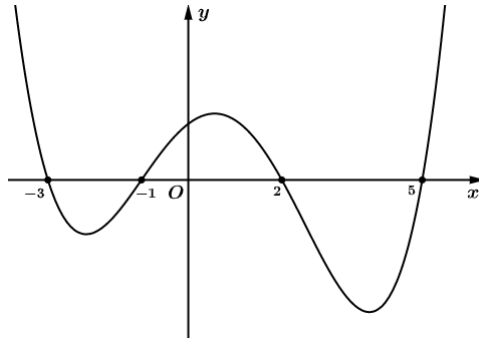
$$(3y - 2y^2 + 2) \log_3 (1 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) > (y + 1) \log_2 \sqrt{x}$$

- (A) 4012. (B) 4095. (C) 5406. (D) 3684.

Câu 141. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1 - x)(x^2 - 5x + 6)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [0; 5]$ (với $2m \in \mathbb{Z}$) để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2|x - 2| - 4x + m + 3)$ có đúng 9 điểm cực trị?

- (A) 5. (B) 7. (C) 6. (D) 3.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?



- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

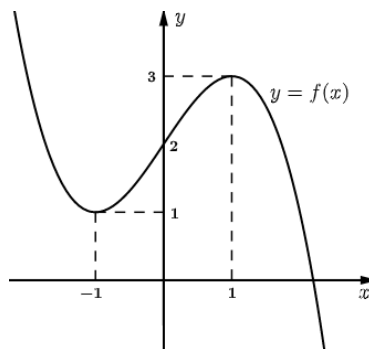
Câu 143. Có bao nhiêu giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình $\log_2^2 x - 2(m+1)\log_2 x + m+7 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện $\log_{x_1} x_2 + \log_{x_2} x_1 = 10$.

- (A) 0. (B) 1. (C) Vô số. (D) 2.

Câu 144. Cho x, y là hai số thỏa mãn $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{1}{2}$. (C) 1. (D) -1.

Câu 145. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-6; 6]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}f^3(x) + mf^2(x) - 3f(x) + 2$ nghịch biến trên $(-1; 1)$ bằng



- (A) 0. (B) -21. (C) -15. (D) 21.

Câu 146. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ và $f(0) = 0$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2021; 2022)$ để hàm số $g(x) = |f^2(x) + 2f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

- (A) 2022. (B) 2020. (C) 2021. (D) 4042.

Câu 147. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2 \cdot 3^{x-1} - \log_3(3^{x-2} + 2y) = 6y - x + 1$ và $2022^{-1} \leq y \leq 2022$?

- (A) 15. (B) 6. (C) 13. (D) 7.

Câu 148. Cho phương trình $\log_{2022} \left(m + \sqrt{m + 2022^x} \right) = 2x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc nửa khoảng $(-\infty; 20]$ để phương trình đã cho có nghiệm thực?

- (A) 21. (B) 20. (C) 23. (D) 22.

Câu 149. Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f(3x+1)$ như sau

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$f'(3x+1)$	+	0	-	0	+
$f(3x+1)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = f \left(|2x^3 - 3x^2 - 12x + m| \right)$ có nhiều điểm cực trị nhất. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S .

- (A) 138. (B) 148. (C) 143. (D) 168.

Câu 150. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^{2022} (x^2 - 5x + 6)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 4x - m + 1)$ có 5 điểm cực trị?

- (A) 15. (B) 14. (C) 16. (D) 17.

Câu 151. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-6; 6)$ để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 - 3|$ có đúng ba điểm cực trị A, B, C và diện tích tam giác ABC lớn hơn 3?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 152. Cho hàm số $f(x) = \frac{5^x}{5^x + 5}$. Gọi a, b là các số thực dương thỏa mãn $f(a^4 + b^4 - 3ab) + f\left(\frac{2}{ab} - 1\right) \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2b^2 + \frac{16}{a^2 + b^2 + 2}$.

- (A) $\frac{8}{3}$. (B) $\frac{20}{3}$. (C) $\frac{16}{3}$. (D) $\frac{25}{3}$.

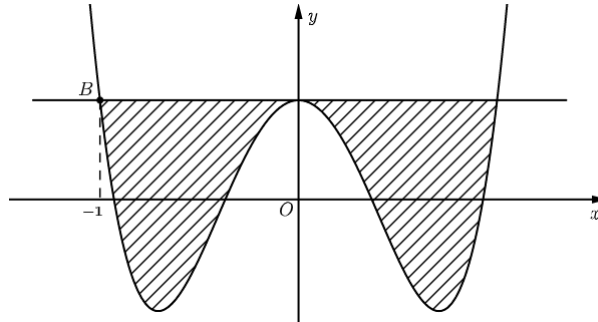
Câu 153. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị của k bằng

- (A) 11. (B) 10. (C) 13. (D) 12.

Câu 154. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{2x^2 + 5y^2}{2 + xy} = 5 + 2xy - 2x^2 - 5y^2$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{2x - y + 2}{x - 2y + 4}$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = m; y = n$. Giá trị của tổng $m + n$ bằng

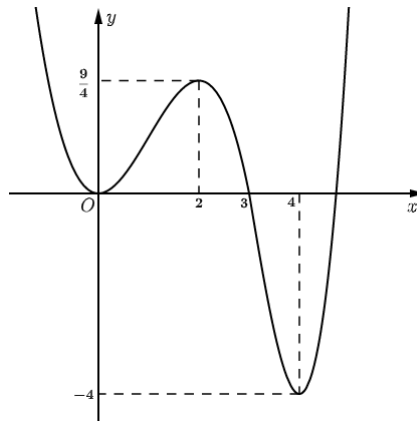
- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 155. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Biết miền tô đậm có diện tích bằng $\frac{4}{15}$ và điểm B có hoành độ bằng -1 . Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $y = f(m - 3^x)$ có đúng một điểm cực trị là



- (A) 1. (B) 6. (C) 2. (D) 0.

Câu 156. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $g(x) = f^2(x) - mf(x) + 4m^2 - 3$ có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 14. (B) 13. (C) 15. (D) 16.

Câu 157. Có bao nhiêu giá trị nguyên $b > 1$ để với mỗi giá trị của b có đúng 5 số nguyên $a \in (-10; 10)$ thỏa mãn $\log_3 \frac{2a^2 + 3a + b}{a^2 - a + 2} \leq a^2 - 6a + 7 - b$

- (A) 16. (B) 15. (C) 9. (D) 10.

Câu 158. Số giá trị nguyên $m \in [-20; 20]$ để bất phương trình $(17 - 12\sqrt{2})^{2-3x} > (3 + \sqrt{8})^{mx^2}$ có nghiệm là

- (A) 24. (B) 22. (C) 23. (D) 21.

Câu 159. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f[f(x) - m + 1]$ có đúng 6 điểm cực trị là

- (A) 8. (B) 10. (C) 6. (D) 12.

Câu 160. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x^3 - x^2 - m)^{2021}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2021; 2022)$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2) + \frac{1}{2}x^4 - 4x^2 + 2022$ có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 2030. (B) 2031. (C) 2032. (D) 2033.

Câu 161. Có bao nhiêu số nguyên dương y nhỏ hơn 500 sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 9 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $x^4 + 2x^2 - y + 1 \leq \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x^2+1}$?

- (A) 210. (B) 211. (C) 212. (D) 213.

Câu 162. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$
		-2			-4		

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \left| f(|2x+4|) + 2022 + \frac{m}{2} \right|$ có đúng 3 điểm cực đại?

- (A) 11. (B) 13. (C) 12. (D) 14.

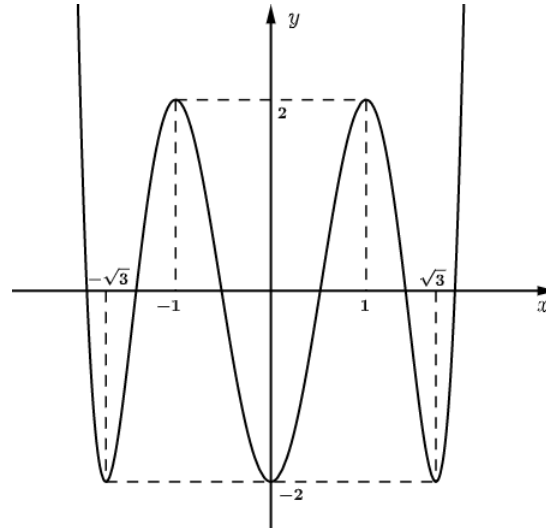
Câu 163. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)e^{x-f(x)}$ với mọi $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và $f(1) = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để bất phương trình $3^x \geq (f(x) - m) \ln 3$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

Câu 164. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{ax + 32 - a}{2x}$ ($a \in \mathbb{R}$) trên đoạn $[-2; 1]$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương a để $m \geq 16$?

- (A) 10. (B) 9. (C) 5. (D) 4.

Câu 165. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 1)$ có đồ thị như hình vẽ.



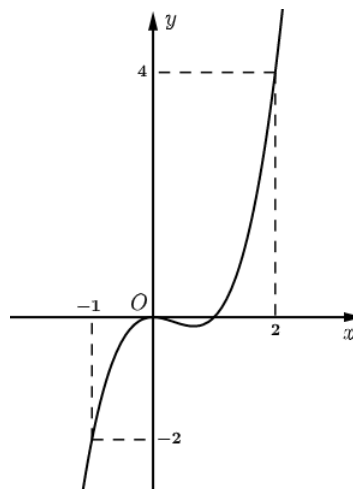
Hàm số $f(x^3 - 3x^2 + 3)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 2)$. (B) $(2; 3)$. (C) $(-1; 0)$. (D) $(3; 5)$.

Câu 166. Xét các số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 3$ ($x, y \geq -1$). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất biểu thức $P = |x - 2y + m|$ bằng 0?

- (A) 16. (B) 17. (C) Vô số. (D) 28.

Câu 167. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x) = f(x+1) - x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- (A) $(-\infty; -2)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-1; 0)$. (D) $(-2; -1)$.

Câu 168. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \frac{m}{2}x^4 + \frac{4(m+3)}{3}x^3 - (m+7)x^2$, m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại?

- (A) 17. (B) 16. (C) 13. (D) 12.

Câu 169. Cho hàm số $y = |x^2 - (2m+3)x + m^2 + 3m| - mx$. Biết rằng tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị là $T = (a; b)$. Tính giá trị của $a + b$.

- (A) $a + b = \frac{1}{2}$. (B) $a + b = 2$. (C) $a + b = 0$. (D) $a + b = 1$.

Câu 170. Có bao nhiêu số nguyên x thuộc đoạn $[1; 2022]$ sao cho với mỗi số nguyên x có không quá 7 số nguyên y thỏa mãn $y + \log_2(y - x^2) < x + 101 - \log_3\left(\frac{y-x}{98}\right)$.

- (A) 2012. (B) 2020. (C) 2013. (D) 2021.

Câu 171. Cho a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 2022. Gọi S là tập các giá trị của b sao cho với mỗi giá trị của b luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của a thỏa mãn $(2^{a+b} - 2^{b-a}) \log_a b > 4^b - 1$, đồng thời các tập hợp có b phần tử có số tập con lớn hơn 1024. Số phần tử của tập S là

- (A) 2021. (B) 1911. (C) 1921. (D) 1912.

Câu 172. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x + \log_2 m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m thuộc đoạn $[1; 20]$ để phương trình $f(f(x)) - x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 20.

Câu 173. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ với $0 \leq x \leq 2022$ thỏa mãn điều kiện

$$3(9^y + 2y) = x + \log_3(x+1)^3 - 2$$

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Câu 174. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100; 2022]$ để hàm số $g(x) = f(|2x^5 + 3x| + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- (A) 100. (B) 2123. (C) 101. (D) 2022.

Câu 175. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 1011 số nguyên x thuộc $(0; 2022)$ thỏa mãn $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1)$?

- (A) 10. (B) 8. (C) 9. (D) 505.

Câu 176. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x+10)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2)$ có đúng 7 điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 177. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 4]$ như sau

x	-4	-3	-1	0	2	4
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0
$f(x)$	-4	4	2	3	-3	1

Có bao nhiêu giá trị tham số $m \in [-4; 4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x|) + f(m)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng $\frac{11}{2}$.

- (A) 5. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

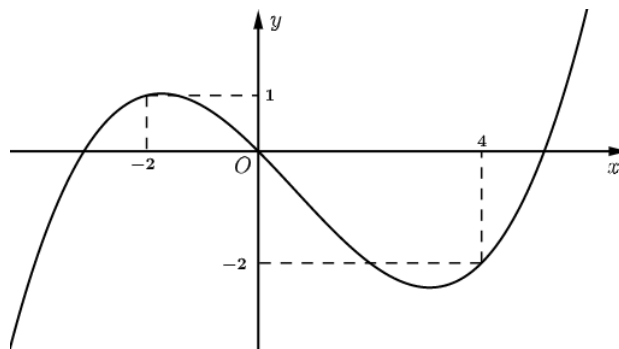
Câu 178. Gọi S là tập hợp các số nguyên y sao cho với mỗi $y \in S$ có đúng 10 số nguyên x thỏa mãn $3^{y-x} \geq \log_2(x+y^2)$. Tính tổng số phần tử thuộc S .

- (A) 1. (B) 7. (C) -4. (D) -1.

Câu 179. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(3-x)\log_5 \frac{x^2+4}{x} = x^3 - 8x^2 + 18x - 9$. Số phần tử của tập S bằng

- (A) 2. (B) 5. (C) 3. (D) 4.

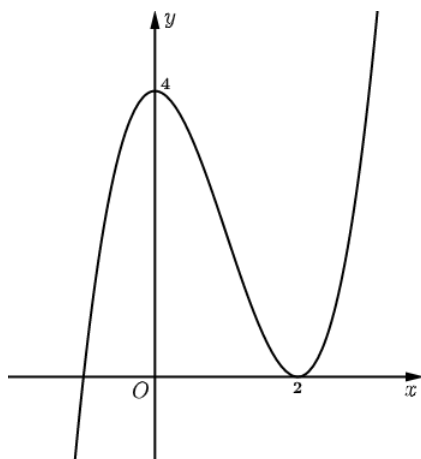
Câu 180. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = 4f(x^2) + x^4$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Câu 181. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2022; 2022]$ để hàm số $h(x) = \left| f^2(x+1) + 2f(x+1) + \frac{m-5}{6} \right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

- (A) 2022. (B) 2012. (C) 2020. (D) 2008.

Câu 182. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^2 + x + m| + 3x + 1$ trên đoạn $[-3; 0]$ bằng 6. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Câu 183. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_5 (4^x - 2^{x+1} + 6)^{y^2+26} = 10y + 1$?

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) Vô số.

Câu 184. Xét các số thực x, y và $x \geq 0$ thỏa mãn

$$2022^{x+3y} + 2022^{xy+1} + x + 1 = 2022^{-xy-1} + \frac{1}{2022^{x+3y}} - y(x+3)$$

Gọi m là giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 4 - x - 2y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $m \in (2; 3)$. (B) $m \in (5; 6)$. (C) $m \in (4; 5)$. (D) $m \in (3; 4)$.

---★---

B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. A	2. C	3. B	4. A	5. B	6. B	7. D	8. C	9. D	10. C
11. D	12. A	13. C	14. A	15. A	16. A	17. A	18. D	19. D	20. D
21. D	22. D	23. A	24. D	25. B	26. B	27. D	28. A	29. A	30. B
31. B	32. A	33. B	34. A	35. A	36. D	37. D	38. B	39. C	40. D
41. A	42. C	43. C	44. C	45. C	46. C	47. C	48. B	49. D	50. A
51. C	52. D	53. D	54. A	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. A
61. B	62. C	63. C	64. B	65. A	66. A	67. C	68. B	69. A	70. B
71. A	72. C	73. A	74. C	75. D	76. C	77. A	78. A	79. A	80. D
81. A	82. D	83. B	84. C	85. D	86. C	87. A	88. A	89. C	90. C
91. A	92. D	93. A	94. A	95. D	96. C	97. A	98. D	99. D	100. A
101. B	102. D	103. D	104. A	105. D	106. D	107. D	108. D	109. D	110. C
111. D	112. C	113. B	114. A	115. C	116. B	117. B	118. B	119. B	120. A
121. B	122. A	123. C	124. A	125. C	126. D	127. B	128. D	129. D	130. A
131. A	132. D	133. A	134. A	135. A	136. A	137. B	138. D	139. C	140. B
141. C	142. C	143. D	144. B	145. B	146. C	147. D	148. A	149. C	150. A
151. A	152. B	153. D	154. D	155. A	156. A	157. B	158. C	159. B	160. D
161. B	162. B	163. A	164. B	165. D	166. D	167. D	168. A	169. C	170. C
171. B	172. C	173. A	174. A	175. C	176. B	177. C	178. D	179. C	180. B
181. B	182. D	183. B	184. C						

CHƯƠNG II

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A. CÂU HỎI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x$ với mọi $x > 0$. Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x)dx$.

- (A) $\frac{7}{4}$. (B) $\frac{7}{12}$. (C) $\frac{9}{4}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$. Biết $f(0) = 1$ và $f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x}$ với mọi $x \in [0; 2]$. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$.

- (A) $I = -\frac{14}{3}$. (B) $I = -\frac{32}{5}$. (C) $I = -\frac{16}{5}$. (D) $I = -\frac{16}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

- (A) $f(1) = e$. (B) $f(1) = 2e$. (C) $f(1) = e + 1$. (D) $f(1) = e - 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$ với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $3 < f(5) < 4$. (B) $11 < f(5) < 12$. (C) $10 < f(5) < 11$. (D) $4 < f(5) < 5$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(x) + xf'(x) = 3x + 10, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 6$. Biết $\int_{-1}^4 \frac{\ln(2 + \sqrt{f(x)})}{f^2(x) - 6f(x) + 9} dx = a \ln 5 + b \ln 6 + \sqrt{c} \ln(2 + \sqrt{3})$ với a, b, c là số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $(1; 2)$. (B) $(2; 3)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(-1; 0)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x > 0$. Tính tổng $f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$ biết rằng $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$ và $f(1) = \frac{-1}{2}$.

- (A) $\frac{2022}{2023}$. (B) $\frac{2021}{2022}$. (C) $-\frac{2021}{2022}$. (D) $-\frac{2022}{2023}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}, \forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$, tính $f(4)$.

- (A) 16. (B) 4. (C) 24. (D) 14.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1} \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x) > -1$. Biết rằng $f(0) = 0$, khi đó $f(2)$ có giá trị bằng

- (A) 0. (B) 4. (C) 8. (D) 6.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $(x^2 + 1)^2 f'(x) = f^2(x)(x^2 - 1)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính giá trị $f(3)$.

- (A) $\frac{10}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) 4. (D) 5.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$ và đạo hàm $f'(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$.

- (A) $-\frac{2021}{2022}$. (B) $-\frac{2022}{2023}$. (C) $\frac{2022}{2023}$. (D) $\frac{1}{2022 \cdot 2023}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & x \geq 0 \\ x^2(x^3 + 1)^3 & x < 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-\frac{1}{5}}^1 f(x)dx = ae - \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e = 2,718281828\dots$). Biểu thức $a + b + c + m$ có giá trị bằng

- (A) -11. (B) 35. (C) 13. (D) 36.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định trên $[0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e + 1$; $x[f'(x) + x] = (x+1)f(x)$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx = \frac{a}{b}$; trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $2a + b$ tương ứng bằng

- (A) 5. (B) 8. (C) 4. (D) 7.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 \ln(x+1) & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{x^2+3}+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a\sqrt{3} + b\ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b + 6c$ bằng

- (A) 35. (B) -14. (C) -27. (D) 18.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ thỏa mãn $x(x+2)f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ và $f(1) = -6\ln 3$. Biết $f(3) = a + b\ln 5$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị $a - b$ bằng

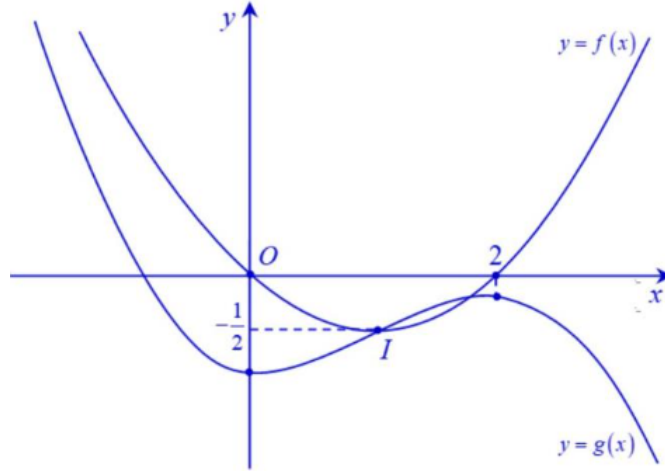
- (A) 20. (B) 10. (C) $\frac{10}{3}$. (D) $\frac{20}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(x) = x^2 + 12 \int_0^1 x^2 f(\sqrt{x}) dx$. Giá trị của

$I = \int_0^1 f(x)dx$ bằng

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $-\frac{2}{3}$. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $-\frac{3}{2}$.

Câu 16. Cho đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ. Biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$ và $y = g(x)$ là một hàm số bậc ba. Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?



- (A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 8.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\min_{\mathbb{R}} f''(x) = f''\left(\frac{1}{4}\right)$ và hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 1}$. Biết đồ thị hàm số $y = g(x)$ có ba điểm cực trị là $A(m; g(m))$, $B(0; g(0))$, $C(1; g(1))$. Gọi $y = h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, C và $D(2; b+5)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = (x^2 + 1)(h(x) + x - 1)$ bằng

- (A) $\frac{46}{15}$. (B) $\frac{64}{15}$. (C) $\frac{56}{15}$. (D) $\frac{44}{15}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos^2 x \, dx = 2$ và $f(0) = 1$.

Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin 2x \, dx$ bằng

- (A) 3. (B) 5. (C) -3. (D) 2.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) - (2x+3)f^2(x) = 0$ với mọi $x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức $T = f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $(0; 1)$. (B) $(-2; -1)$. (C) $(-3; -2)$. (D) $(-1; 0)$.

Câu 20. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 3$ và 4 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- (A) $\frac{32}{3}$. (B) $\frac{64}{9}$. (C) $\frac{125}{12}$. (D) $\frac{131}{12}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = \cos x (6\sin^2 x - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{2}{3}$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $-\frac{2}{3}$. (C) 1. (D) 0.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ thỏa mãn $f(2) = \frac{1}{2}$, $f(x) \neq 0$ và $x[f'(x) - 2f^2(x)] = f(x)[1 - 3x^2f(x)] \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. Giá trị của biểu thức $P = f(2) + f(3) + \dots + f(2021)$ bằng

- (A) $\frac{2021}{2022}$. (B) $\frac{2020}{2021}$. (C) $\frac{2019}{2020}$. (D) $\frac{2021}{2020}$.

Câu 23. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2-x) = xe^{x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$

- (A) $I = e^4 - 1$. (B) $I = e^4 - 2$. (C) $I = \frac{e^4 - 1}{4}$. (D) $I = \frac{2e - 1}{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x^3 + 3x + 1) = x + 3$. Tính $\int_1^5 f(x) dx$.

- (A) 192. (B) $\frac{4}{57}$. (C) $\frac{57}{4}$. (D) 196.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$, $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

- (A) $\frac{316}{15}$. (B) $\frac{191}{9}$. (C) $\frac{253}{12}$. (D) $\frac{97}{6}$.

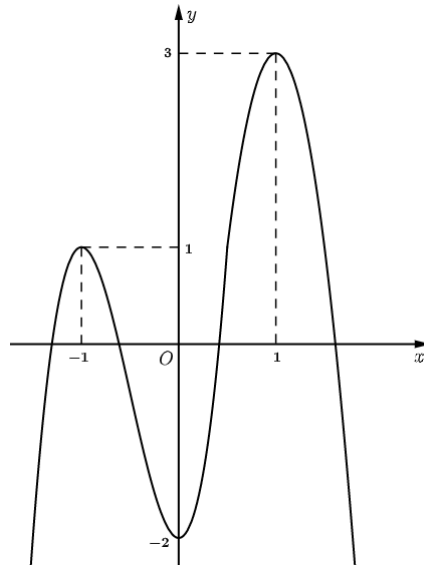
Câu 26. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $a \neq 0$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$. Đồ thị các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1$ và 1 . Biết $f(0) = g(0)$, tính $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{f'(x) - g'(x)}{f(x) - g(x)} dx$.

- (A) $\ln \frac{37}{62}$. (B) $\ln \frac{49}{87}$. (C) $\ln \frac{23}{51}$. (D) $\ln \frac{63}{95}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x) = [f'(x)]^2 - 2f''(x)f(x) + [f'''(x)]^2$ có ba điểm cực trị $x_1 < x_2 < x_3$ và $g(x_1) = 2$, $g(x_2) = 5$, $g(x_3) = 1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x) = \frac{f(x)}{g(x) + 1}$ và trục Ox bằng

- (A) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$. (B) $\frac{\ln 6}{2}$. (C) $\ln 6$. (D) $2 \ln 6$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tích phân $\int_0^1 |f'(2x-1)| dx$ bằng



- Ⓐ 8. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in (1; 3)$. Biết rằng $f(2) = e^{\frac{4}{3}}$ và $e^{2x} f^3(x) + 1 = -3e^x f'(x) \sqrt{f(x)}, \forall x \in (1; 3)$, khi đó giá trị của $f\left(\frac{3}{2}\right)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$. Ⓓ $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 30. Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có điểm cực trị là $A(1; 0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0; -1)$ và đi qua điểm $B(2; 3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $(0; 1)$. Ⓑ $(2; 3)$. Ⓒ $(3; 4)$. Ⓓ $(1; 2)$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$, khi đó

$\int_0^5 x^2 f'(x) dx$ bằng

- Ⓐ -25. Ⓑ $\frac{123}{5}$. Ⓒ 23. Ⓓ 15.

Câu 32. Biết rằng tồn tại duy nhất bộ số $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản sao cho

$\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x + 2}{\sqrt{1 + e^x}} dx = a + 2 \ln \frac{b}{c}$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ thuộc khoảng

- Ⓐ $(11; 15)$. Ⓑ $(1; 5)$. Ⓒ $(16; 20)$. Ⓓ $(6; 10)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ đồng thời thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x) dx = 3\pi$,

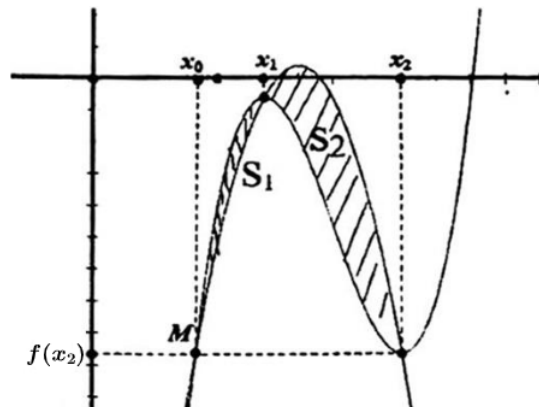
$\int_0^{\pi} (\sin x - x) f' \left(\frac{x}{2} \right) dx = -2\pi$ và $f \left(\frac{\pi}{2} \right) = 4$. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) \sin x dx$ bằng

- (A) $\frac{8+5\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{8+5\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{8-5\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{8-5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f'(x) + f(x) = xe^{-2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(1)$ bằng

- (A) $2e^{-2}$. (B) $-2e^{-1}$. (C) $-2e^{-2}$. (D) $-2e^2$.

Câu 35. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0; f(x_0))$ trong đó $x_0 = x_1 - 1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm M . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$ như hình vẽ).



- (A) $\frac{5}{32}$. (B) $\frac{4}{29}$. (C) $\frac{7}{33}$. (D) $\frac{6}{35}$.

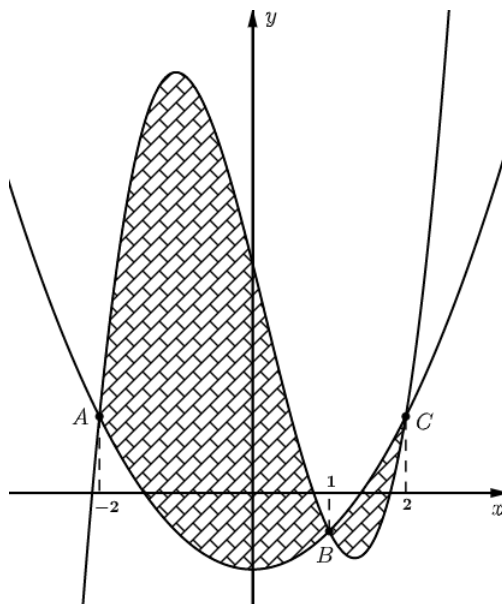
Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Biết hàm số $g(x) = f(x) - \frac{2}{3}f'(x) + \frac{1}{6}f''(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 1, x = \frac{1}{3}$. Với mỗi t là hằng số tùy ý thuộc đoạn $[0; 1]$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0, y = f(t), y = f(x)$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = f(t), y = 1$. Biểu thức $P = 8S_1 + 4S_2$ có thể nhận được bao nhiêu giá trị là số nguyên?

- (A) 6. (B) 4. (C) 2. (D) 8.

Câu 37. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 > k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0; 9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

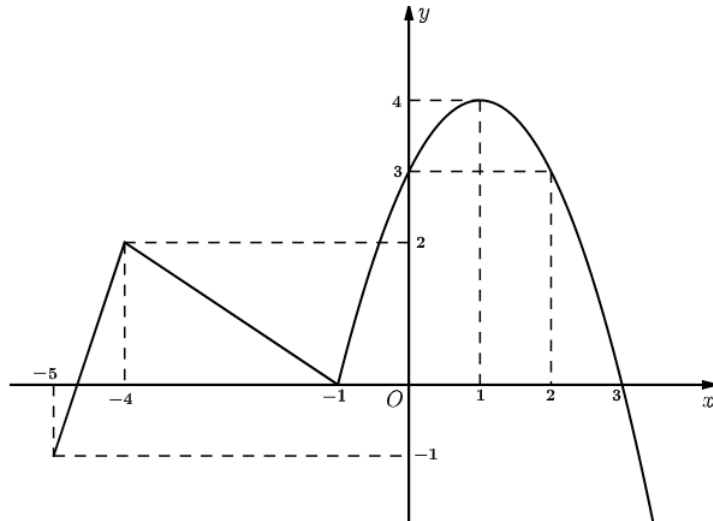
- (A) $\frac{25}{4}$. (B) 7. (C) $\frac{27}{4}$. (D) $\frac{13}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 - \frac{1}{2}x^2 + cx + d$ và parabol $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $AB = \frac{3\sqrt{5}}{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng



- (A) $\frac{71}{12}$. (B) $\frac{71}{6}$. (C) $\frac{93}{9}$. (D) $\frac{45}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ.



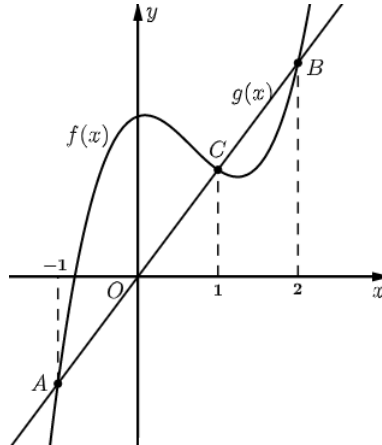
Biết $f(2) = \frac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5) + f(1)$ bằng

- (A) $-\frac{20}{3}$. (B) -3 . (C) $-\frac{22}{3}$. (D) $\frac{25}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) - xf(x^2) = 5x - 2x^3 - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^2 xf'(x)dx$.

- (A) $I = 5$. (B) $I = 2$. (C) $I = -1$. (D) $I = 3$.

Câu 41. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{1}{3}x + c$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



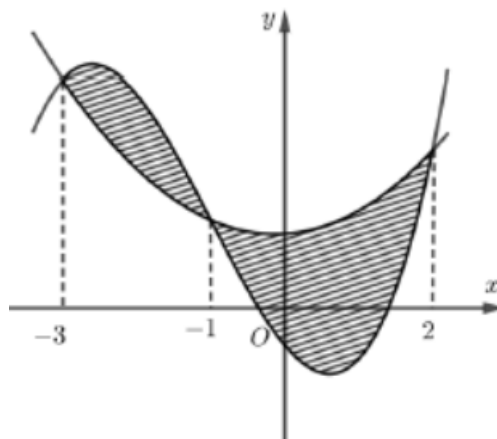
Biết $AB = 5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 0$ bằng

- (A) $\frac{7}{11}$. (B) $\frac{19}{12}$. (C) $\frac{17}{11}$. (D) $\frac{5}{12}$.

Câu 42. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 2mx - 1$ (m là tham số) và $y = x^3 + x^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- (A) $\frac{31}{3}$. (B) $\frac{28}{3}$. (C) $\frac{32}{3}$. (D) $\frac{29}{3}$.

Câu 43. Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $y = g(x) = dx^2 + ex + 1$ trong đó a, b, c, d, e là các tham số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng -3 ; -1 ; 2 (tham khảo hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng



- (A) $\frac{125}{48}$. (B) $\frac{63}{16}$. (C) $\frac{253}{48}$. (D) $\frac{253}{24}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = 2f(3x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng F là một nguyên hàm của f và thỏa $F(3) = 6$. Giá trị của $3F(1) + 2F(9)$ bằng

- (A) 5. (B) 30. (C) 3. (D) 1.

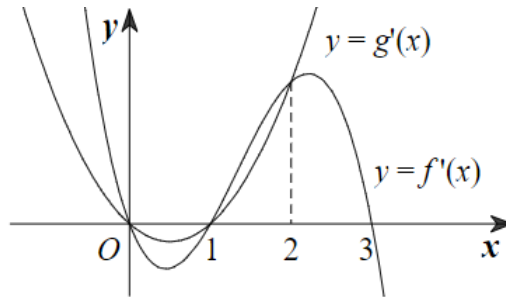
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = \sqrt{2}$ và $2f(x).f'(x) = 1 + (2x+1)e^{-f^2(x)+x^2+2x+2}$. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ quay quanh trục Ox .

- (A) $V = \frac{251}{30}\pi$. (B) $V = \frac{10}{3}\pi$. (C) $V = \frac{17}{6}\pi$. (D) $V = \frac{178}{15}\pi$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $(1+x^2)f'(x) - 1 = 3x^4 + 4x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $21.f(x^2)$ và $F(0) = 10$, hãy tính $F(2)$.

- (A) $F(2) = 566$. (B) $F(2) = \frac{566}{21}$. (C) $F(2) = 366$. (D) $F(2) = 52$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$. Các hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $f(1) = g(1) - 2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f'(x), y = g'(x)$ bằng 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng



- (A) $\frac{32}{15}$. (B) $\frac{16}{3}$. (C) $\frac{16}{25}$. (D) $\frac{16}{15}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; -2\}$, thỏa mãn $f(-3) = 0$ và $(x^2 + 3x + 2)f'(x) + f(x) = x^2 + x - 2, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2\}$. Khi đó giá trị của $f(0)$ là

- (A) $-3\ln 2$. (B) $6 - 3\ln 2$. (C) $6 - 6\ln 2$. (D) $3 - 6\ln 2$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có 3 cực trị, thỏa mãn $2f(x) + f(1-x) = -3x^4 + 4x^3 - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi $g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua 3 điểm cực trị của $y = f(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{4}{15}$. (C) $\frac{3}{15}$. (D) $\frac{6}{15}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là 1; 16 và 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

- (A) 4. (B) 12. (C) 6. (D) 10.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = x^2 + \int_0^1 t.f(t)dt, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(\sqrt{2022})$.

- (A) $\frac{4045}{2}$. (B) 2022. (C) $\frac{2021}{2}$. (D) 2023.

Câu 52. Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{1+2x+x^2} dx = \frac{a}{3} \ln 5 + \frac{b}{2} \ln 3 + c \ln 2$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) -1. (D) 0.

Câu 53. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2) = 30$ và $\int_0^2 f(x) dx = 8$.

Tính $\int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$.

- (A) 12. (B) 9. (C) 15. (D) 13.

Câu 54. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{(2021 \sin x + 2022 \cos x)^3} dx = \frac{1}{2 \cdot 2021 \cdot 2022} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ với $a < b$ và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = 3a - 2b$ bằng

- (A) 2020. (B) 2019. (C) 2022. (D) 2021.

Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) - f(x) = (x+1)e^{3x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = \frac{5}{4}$, giá trị $f(1)$ bằng

- (A) $\frac{5}{4}e^3 + e$. (B) $\frac{3}{4}e^3 + e$. (C) $\frac{3}{4}e^3 - e$. (D) $\frac{5}{4}e^3 - e$.

Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \ln(x+a)$, $\forall x > -a$, a là số thực dương và $f(0) = a \ln a$. Biết $\int_0^a f(x) dx = 0$, khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a \in (2; e)$. (B) $a \in (0; 1)$. (C) $a \in (1; \sqrt{2})$. (D) $a \in \left(\frac{e}{2}; 2\right)$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y = g(x)$ tiếp xúc với (C) tại điểm $x_0 = 1$. Biết d và (C) còn có hai điểm chung khác có hoành độ

là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) và $\int_{x_1}^{x_2} \frac{g(x) - f(x)}{(x-1)^2} dx = \frac{4}{3}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C)

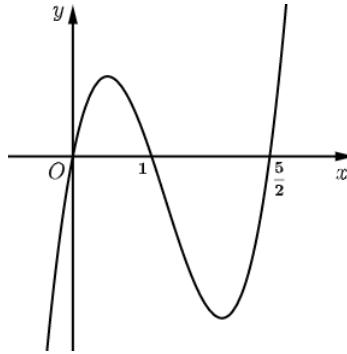
và đường thẳng d .

- (A) $\frac{29}{5}$. (B) $\frac{28}{5}$. (C) $\frac{143}{5}$. (D) $\frac{43}{5}$.

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là $-2; -1$ và 1 . Gọi $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) là hàm số đạt cực trị tại điểm -2 và có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- (A) $\frac{78}{5}$. (B) $\frac{81}{5}$. (C) $\frac{87}{5}$. (D) $\frac{79}{5}$.

Câu 59. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$ và $g(x) = kx + d$ với $a, b, c, d, k \in \mathbb{R}$. Đặt $h(x) = f'(x) + g'(x)$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = h(x)$ như hình vẽ và $h(2) = -2$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần nhất với giá trị nào sau đây?



- (A) 5,21. (B) 10,42. (C) 1,74. (D) 3,47.

Câu 60. Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có 3 điểm cực trị x_1, x_2, x_3 . Đồ thị hàm số $g(x) = mx^2 + nx + p$ ($m, n, p \in \mathbb{R}$) đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng $\frac{4}{15}$. Giá trị của $T = b + c - (m + n + p)$ là

- (A) $T = -4$. (B) $T = 4$. (C) $T = 1$. (D) $T = -1$.

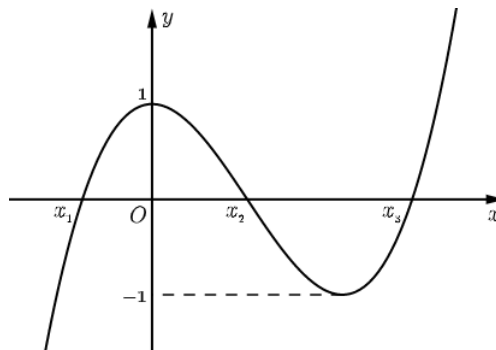
Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f(1) = 1$ và

$$\int_0^1 [f(x) + f'(x)]^2 dx = 2 \int_0^1 [x^2 - 2 + f'(x)] f(x) dx + \frac{37}{15},$$

tính $I = \int_0^\pi [f(x) + \sin x - x^2] dx$.

- (A) $I = -1$. (B) $I = 1$. (C) $I = -2$. (D) $I = 2$.

Câu 62. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



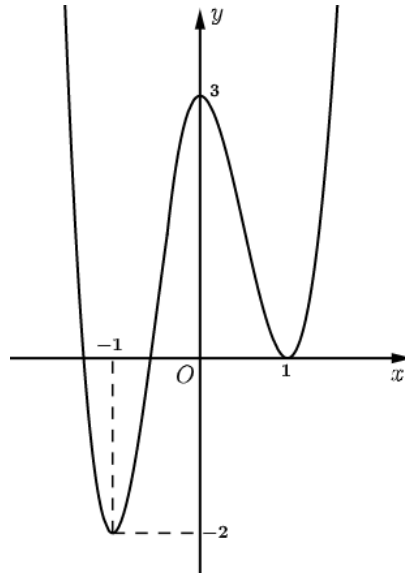
Biết đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox là S , diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) + 2$, $y = -f(x) - 2$, $x = x_1$ và $x = x_3$ bằng

- (A) $4\sqrt{3}$. (B) $S + 4\sqrt{3}$. (C) $S + 2\sqrt{3}$. (D) $8\sqrt{3}$.

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, $f(x) \neq 0 \forall x > 0$. Biết rằng $f'(x) = (2x+1)f^2(x) \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Đặt $m = \int_1^e xf(x)dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?

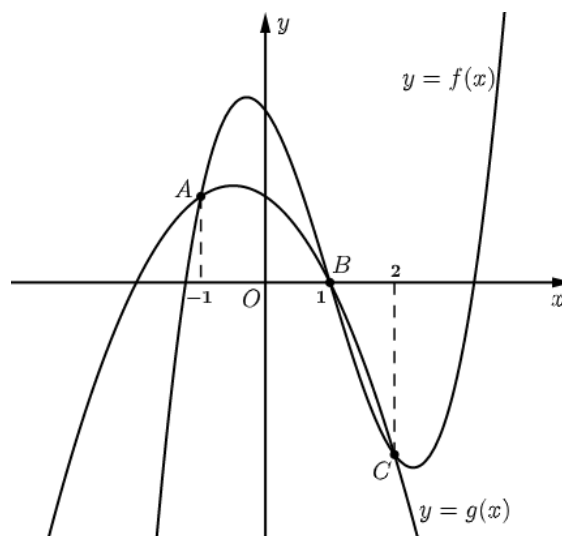
- (A) $m = \ln \frac{e+1}{2}$. (B) $m = \ln \frac{2}{e-1}$. (C) $m = \ln \frac{e-1}{2}$. (D) $m = \ln \frac{2}{e+1}$.

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tích phân $I = \int_1^2 |f'(2x-3)| dx$ bằng



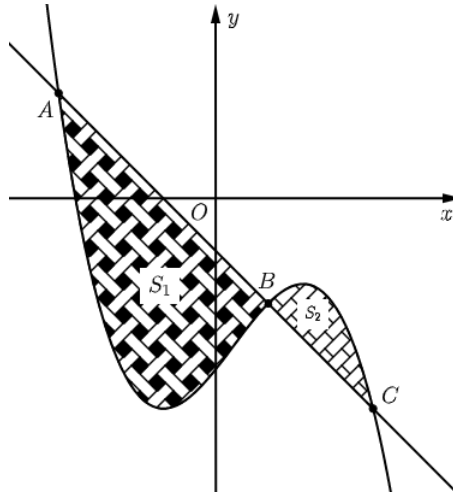
- (A) 5. (B) 4. (C) 8. (D) 2.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$, $a \neq 0$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + p$, $m \neq 0$ có đồ thị cắt nhau tại ba điểm A, B, C như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = g(x)$ là một parabol có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{2}$ và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $\int_1^3 f(x)dx$.



- (A) $-\frac{5}{2}$. (B) -4. (C) $-\frac{4}{3}$. (D) $\frac{28}{3}$.

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$ ($b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) . Gọi $g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng cắt đồ thị (C) tại ba điểm A, B, C sao cho $BA = 2BC$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ. Biết $S_1 = \frac{8}{3}$, tính S_2 .



- (A) $S_2 = \frac{7}{12}$. (B) $S_2 = \frac{2}{3}$. (C) $S_2 = \frac{5}{12}$. (D) $S_2 = \frac{1}{4}$.

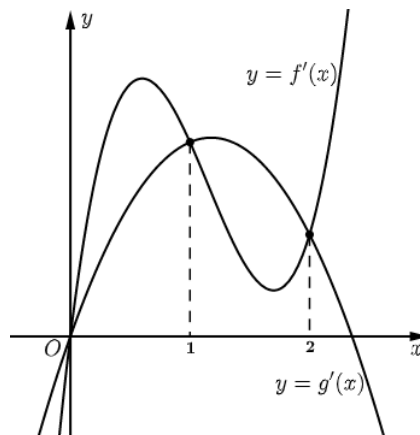
Câu 67. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) - 3f(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2+3x-1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = 2e^9$. Biết $f(1) = a.e^b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

- (A) $a + 2b = 7$. (B) $a - b = -3$. (C) $a + b = 5$. (D) $a - 2b = -4$.

Câu 68. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(x) = f'(x) - 2\cos x$. Biết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, tính giá trị $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- (A) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. (C) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. (D) 0.

Câu 69. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, biết rằng hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g'(x) = qx^2 + nx + p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ bằng 10 và $f(3) - g(3) - 45 = 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng $\frac{u}{v}$ với $\frac{u}{v}$ là phân số tối giản. Tính $P = uv$.



- (A) $P = 45$. (B) $P = 48$. (C) $P = 24$. (D) $P = 36$.



B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. D	2. C	3. B	4. C	5. C	6. D	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. B	13. C	14. D	15. B	16. A	17. D	18. A	19. D	20. D
21. C	22. B	23. C	24. C	25. C	26. D	27. B	28. B	29. D	30. B
31. A	32. D	33. C	34. C	35. A	36. A	37. C	38. B	39. A	40. D
41. B	42. C	43. C	44. B	45. B	46. C	47. A	48. C	49. B	50. D
51. A	52. D	53. D	54. B	55. B	56. B	57. A	58. C	59. C	60. D
61. D	62. D	63. D	64. B	65. B	66. C	67. A	68. C	69. B	

CHƯƠNG III

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A. CÂU HỎI

Câu 1. Trong không gian cho hai điểm $I(2;3;3)$ và $J(4;-1;1)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính IJ và có hai tâm nằm trên đường thẳng IJ . Khi có thể tích (T) lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của (T) có phương trình dạng $x+by+cz+d_1=0$ và $x+by+cz+d_2=0$. Giá trị của $d_1^2+d_2^2$ bằng:

- (A) 61. (B) 25. (C) 14. (D) 26.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N là hai điểm cùng nằm trong một nửa mặt phẳng (SAC) có bờ là AC sao cho $\widehat{BMD} = \widehat{BND} = 90^\circ$. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ lớn nhất bằng.

- (A) $\frac{4a^3}{3}$. (B) $\frac{2a^3}{3}$. (C) $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ và hai điểm $A(7;9;0); B(0;8;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$, với M là điểm bất kì thuộc mặt cầu (S) .

- (A) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$. (B) $5\sqrt{5}$. (C) 10. (D) $5\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SB = 2AB$ và $\widehat{SBA} = 120^\circ$. Gọi E là chân đường phân giác trong góc $\widehat{SBA}$, biết $BE = a$. Góc giữa cạnh bên SA với mặt đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) $\frac{7\sqrt{14}a^3}{16}$. (B) $\frac{9\sqrt{14}a^3}{16}$. (C) $\frac{5\sqrt{14}a^3}{16}$. (D) $\frac{\sqrt{14}a^3}{16}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích là V . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 3NB$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt P, Q . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNPQ$.

- (A) $\frac{V}{3}$. (B) $\frac{27V}{80}$. (C) $\frac{27V}{40}$. (D) $\frac{V}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, một mặt cầu (J) (J và S cùng phía với $(ABCD)$) tiếp xúc với $(ABCD)$ tại A , đồng thời tiếp xúc với mặt cầu nội tiếp hình chóp. Một mặt phẳng (P) đi qua J và BC . Gọi φ là góc giữa (P) và $(ABCD)$. Tính $\tan \varphi$ biết các đường chéo của thiết diện của hình chóp cắt bởi (P) lần lượt cắt và vuông góc với SA, SD .

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng $84a^3$. Gọi M là trung điểm của AB , J thuộc cạnh SC sao cho $JC = 2JS$, H thuộc cạnh SD sao cho $HD = 6HS$. Mặt phẳng (MHJ) chia khối chóp thành 2 phần. Thể tích khối đa diện của phần chứa đỉnh S bằng

- (A) $17a^3$. (B) $19a^3$. (C) $24a^3$. (D) $21a^3$.

Câu 8. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA' = 2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'C', C'D', DD'$ và Q thuộc BC sao cho $QC = 3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

- (A) $3\sqrt{3}$. (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;5)$, $B(-1;3;2)$, $C(-2;1;3)$, $D(5;7;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy) . Khi biểu thức $T = 4MA^2 + 5MB^2 - 6MC^2 + MD^4$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b + c$ bằng

- (A) 11. (B) -11. (C) 12. (D) 9.

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1) : x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$, $(S_2) : (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2) . Khi đoạn AM ngắn nhất thì $M = (a;b;c)$. Tính giá trị của $T = a + b + c$.

- (A) $T = 1$. (B) $T = -1$. (C) $T = \frac{7}{3}$. (D) $T = -\frac{7}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB = a\sqrt{2}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 45° , góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng α , $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (D) $a^3\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hình trụ (T) chiều cao bằng $2a$, hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O và O_1 , bán kính bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O_1 lấy điểm B sao cho $AB = \sqrt{5}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 13. Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính $R = \sqrt{5}$ và góc ở đỉnh là 2α với $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H và cắt hình nón theo một đường tròn tâm H . Gọi V là thể tích của khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H . Biết $V = \frac{50\pi}{81}$ khi $SH = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = 3a^2 - 2b^3$

- (A) 12. (B) 23. (C) 21. (D) 32.

Câu 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều và thể tích bằng V . Gọi E, F, I là các điểm lần lượt di động trên các cạnh AB, BC, CA sao cho $AE = BF = CI$. Thể tích khối chóp $A'EFI$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- (A) $\frac{V}{9}$. (B) $\frac{V}{6}$. (C) $\frac{V}{4}$. (D) $\frac{V}{12}$.

Câu 15. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a . Các điểm M, N lần lượt di động trên các tia AC và $B'D'$ sao cho $AM + B'N = a\sqrt{2}$. Thể tích khối tứ diện $AMNB'$ có giá trị lớn nhất bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (B) $\frac{a^3}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (D) $\frac{a^3}{12}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;10)$, $B(4;6;5)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho đường thẳng MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

- (A) 10. (B) $2\sqrt{41}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $6\sqrt{3}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5)$, $I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM = 5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b + 2c$ bằng

- (A) 11. (B) 6. (C) -1. (D) $-\frac{1}{3}$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 2AC$ và điểm $M(2;0;4)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kể từ A ($M \in BC$). Phương trình đường thẳng BC là

- (A) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 - t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$,

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$, $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$, $d_4: \begin{cases} x = 6 + t \\ y = a + 3t \\ z = b + t \end{cases}$ (với tham số t và $a, b \in \mathbb{R}$). Biết

rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho. Giá trị của biểu thức $2b - a$ bằng

- (A) -2. (B) 3. (C) 2. (D) -3.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x + y + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(4;-12;1)$ nhỏ nhất có tung độ bằng

- (A) -6. (B) -4. (C) 0. (D) 2.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại C . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 5. (D) 4.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = 60^\circ$, $\widehat{BSC} = 90^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh AB và SC sao cho $\frac{CN}{SC} = \frac{AM}{AB}$. Khi khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất, thể tích của khối chóp $S.AMN$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}a^3}{432}$. (B) $\frac{5\sqrt{2}a^3}{72}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. (D) $\frac{5\sqrt{2}a^3}{432}$.

Câu 23. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . M, N, P là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{3}$, $\frac{BN}{BB'} = x$, $\frac{CP}{CC'} = y$. Biết thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng $\frac{2V}{3}$. Giá trị lớn nhất của $x.y$ bằng

- (A) $\frac{25}{36}$. (B) $\frac{17}{21}$. (C) $\frac{5}{24}$. (D) $\frac{9}{16}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -3)$ và $B(-2; 3; 1)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

- (A) 4. (B) 6. (C) 7. (D) 5.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 1)$, $B(3; -2; -2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Bán kính R của đường tròn (C) là

- (A) $R = 1$. (B) $R = 2\sqrt{2}$. (C) $R = 8$. (D) $R = 2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 10 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; -4)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho luôn tồn tại hai mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{6}$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) , đồng thời tiếp xúc với đoạn thẳng AB tại M . Gọi $T = [m; n]$ là tập giá trị của biểu thức $25a^2 + b^2 + 2c^2$. Tổng $m + n$ bằng

- (A) $\frac{12371}{76}$. (B) 86. (C) 140. (D) $\frac{1340}{19}$.

Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = 3$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 45° và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $BB', A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC' bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{3}{4}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, $SA = 2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC) . Khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$ bằng

- (A) $\frac{8}{3}$. (B) $\frac{41}{16}$. (C) $\frac{23}{16}$. (D) $\frac{5}{4}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4\sqrt{3}$ và $AA' = 4$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

- (A) $\frac{\sqrt{11}}{35}$. (B) $\frac{\sqrt{15}}{60}$. (C) $\frac{\sqrt{13}}{65}$. (D) $\frac{\sqrt{17}}{45}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-m}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+m^2}{3}$ và hai điểm $M(-1; -2; 3)$, $N(2; -1; 2)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N trên Δ . Khi m thay đổi, thể tích khối tứ diện $MNN'M'$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- (A) $\frac{335}{1176}$. (B) $7\sqrt{13}$. (C) $\frac{125\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{79}{471}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; -2; 4)$, $C(3; -10; 12)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $2a + 3b + c$ bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) -2. (D) 5.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx - 3y - (2m - 3)z - 9 = 0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1; 2; 3)$ đến (P) bằng

- (A) $\sqrt{11}$. (B) $\frac{13\sqrt{11}}{11}$. (C) $\frac{\sqrt{11}}{11}$. (D) $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi khoảng cách MB lớn nhất, phương trình đường thẳng MB là

- (A) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ và điểm $A(2; -1; 2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến bất kì AM, AN, AP đến (S) . Gọi T là điểm thay đổi trên mặt phẳng (MNP) sao cho từ T kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến (S) và cả hai tiếp tuyến này đều nằm

trong (MNP) . Khoảng cách từ T đến giao điểm của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ với mặt phẳng

(MNP) có giá trị nhỏ nhất là

- (A) $\frac{27\sqrt{3}}{16} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$. (B) $-\frac{27\sqrt{3}}{16} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$. (C) $\frac{27\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{5}}{2}$. (D) $\frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(5; 6; 1)$. Xét khối nón đỉnh A và có đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi khối nón có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của khối nón đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $N(4; -1; 5)$. (B) $Q(-3; -4; 3)$. (C) $P(1; -7; -5)$. (D) $M(6; 3; -1)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y - 2z + 4 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -1; 3)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ lần lượt tại M, N sao cho N là trung điểm của AM có phương trình là

- (A) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 35$ và hai điểm $M(6; -14; 7)$, $N(10; 8; 9)$. Với A là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $AM + AN$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó tiếp diện của mặt cầu (S) tại A có phương trình là

- (A) $3x + y + 5z - 35 = 0$. (B) $3x - y + 5z + 38 = 0$.
(C) $3x - y - 5z + 42 = 0$. (D) $3x - y + 5z - 45 = 0$.

Câu 38. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = \sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A', B, D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S = \frac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{12}$. (D) 1.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 2 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SD thỏa mãn $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$ ($0 < k < 1$). Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại điểm P . Biết khối chóp $S.AMPN$ có thể tích bằng $\frac{1}{3}$, khi đó giá trị của k bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$, đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x + y - 2z + 6 = 0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d . Khoảng cách của B bằng

- (A) -5. (B) 8. (C) 3. (D) 1.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 6)$, $B(3; 3; -9)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (P) sao cho MA, MB luôn tạo với (P) các góc bằng nhau. Biết M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tung độ của tâm đường tròn đó bằng

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $-\frac{2}{3}$. (C) 0. (D) -12.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB = \sqrt{2}a$, $AD = 2a$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) , (SCD) bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $3a^3$. (B) a^3 . (C) $\frac{2}{3}a^3$. (D) $\frac{3}{4}a^3$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 16 = 0$ và mặt cầu $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S) . Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q) : 2x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$ bằng

- (A) -15 . (B) -13 . (C) -14 . (D) -7 .

Câu 44. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z + 11 = 0$. Xét điểm M di động trên (P) , các điểm A, B, C phân biệt di động trên (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S) . Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- (A) $E(0; 3; -1)$. (B) $F\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. (C) $G(0; -1; 3)$. (D) $H\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : x - y + z + 3 = 0$, $(Q) : x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn MN bằng

- (A) $3 + 5\sqrt{3}$. (B) 28 . (C) $9 + 5\sqrt{3}$. (D) 14 .

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BB'C'C)$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- (A) $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. (B) $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. (C) $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. (D) $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(6; 5; 5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N) . Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

- (A) $T = 24$. (B) $T = 12$. (C) $T = 36$. (D) $T = 18$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1; 1; 0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 1)$, bán kính $R = 1$. Gọi $M(a; b; c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2a - b + 2c|$

- (A) $\frac{3 + \sqrt{41}}{15}$. (B) $\frac{3 + 2\sqrt{41}}{5}$. (C) $\frac{3 + \sqrt{41}}{5}$. (D) $\frac{3 + 2\sqrt{41}}{15}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(4;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;12)$, $D(-1;7;-9)$ và M là một điểm nằm ngoài mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Các đường thẳng MA , MB , MC , MO lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm A' , B' , C' , O' (khác A, B, C, O) sao cho $\frac{MA}{MA'} + \frac{MB}{MB'} + \frac{MC}{MC'} + \frac{MO}{MO'} = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MD + MO$.

- (A) $8\sqrt{3}$. (B) $10\sqrt{3}$. (C) $9\sqrt{3}$. (D) $11\sqrt{3}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha) : ax + by - z + c = 0$. Khi đó $a - b + c$ bằng

- (A) 5. (B) -5. (C) 8. (D) -4.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$ bằng

- (A) $T = 5$. (B) $T = 2$. (C) $T = 3$. (D) $T = 4$.

Câu 52. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O , bán kính $R = 2a$ thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) để diện tích xung quanh của hình nón lớn nhất là

- (A) $h = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$. (B) $h = 4a\sqrt{3}$. (C) $h = 2a\sqrt{2}$. (D) $h = 2a$.

Câu 53. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2) : x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\frac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1) , N là điểm thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của $MA + 2ND + 4MN + 4BC$ là

- (A) $\sqrt{256}$. (B) $2\sqrt{265}$. (C) $4\sqrt{265}$. (D) $3\sqrt{265}$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13;-7;-13)$, $B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P) . Khi $d(A, (P)) + 2d(B, (P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 55. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}a^3$. (B) $\frac{16}{3}a^3$. (C) $\frac{16}{3\sqrt{3}}a^3$. (D) $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC$ và SC vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Nếu $A(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $S(0;0;3)$ và C có hoành độ dương thì tung độ của B bằng

- (A) $\frac{7}{2}$. (B) 2 . (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$. Hai mặt phẳng (P) , (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M , N . Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tích abc bằng

- (A) $-\frac{64}{27}$. (B) $-\frac{32}{27}$. (C) $\frac{64}{27}$. (D) $\frac{32}{27}$.

Câu 58. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$.

- (A) $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. (B) $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$. (C) $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. (D) $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$ và điểm $A(-1;1;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) . Tính bán kính của (C) khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất.

- (A) 3 . (B) $\frac{5}{\sqrt{2}}$. (C) 4 . (D) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (1;a;b)$. Giá trị của $5a + 3b$ bằng

- (A) -3 . (B) 5 . (C) -1 . (D) -5 .

Câu 61. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Xét đường thẳng d' đi qua điểm $A(1;1;1)$ và song song với (α) . Khi đường thẳng d' tạo với d một góc nhỏ nhất thì d' đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $M(3;8;-9)$. (B) $N(2;5;-4)$. (C) $P(-1;1;3)$. (D) $Q(2;7;-6)$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 27$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ$, $\widehat{BMC} = 90^\circ$, $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Độ dài đoạn OM lớn nhất bằng bao nhiêu?

- (A) $4\sqrt{5}$. (B) $4\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{5}$. (D) $5\sqrt{3}$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = mt \\ z = (1-m)t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi $(P), (Q)$ là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với

(S) tại M, N . Khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(0;2;0)$. Xét khối chóp đều $ABCD$ có B, C, D thuộc mặt cầu (S) . Khi khối tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất, mặt phẳng (BCD) có phương trình dạng $x + by + cz + d = 0$. Tính giá trị của $b + c + d$.

- (A) 3. (B) -1. (C) 4. (D) -2.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(1;2;4), B(0;0;1)$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + 3 = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- (A) $\frac{27}{4}$. (B) $\frac{33}{5}$. (C) $-\frac{3}{4}$. (D) $\frac{31}{5}$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ với $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- (A) $8\sqrt{2}$. (B) 34. (C) $\sqrt{78 - 2\sqrt{13}}$. (D) $\sqrt{78 - \sqrt{13}}$.

Câu 67. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' , P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh CC' tại N . Tính thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ theo a .

- (A) $\frac{11a^3}{3}$. (B) $2a^3$. (C) $\frac{9a^3}{4}$. (D) $3a^3$.

Câu 68. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 6$ và điểm $M(1;-2;4)$. Xét điểm N thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với mặt cầu (S) . Khi đó điểm N luôn nằm trên mặt phẳng có phương trình

- (A) $2x + 2y + z + 1 = 0$. (B) $2x + y + z + 2 = 0$. (C) $2x + y + 2z - 2 = 0$. (D) $x + y + z + 1 = 0$.

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $5(a^2 + b^2 + c^2) = 6(ab + bc + ca)$ và biểu thức $P = \sqrt{2(a+b+c)} - (b^2 + c^2)$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy và Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- (A) $x + 2y + 2z - 1 = 0$. (B) $x + 2y + 3z - 1 = 0$. (C) $2x + y + z - 1 = 0$. (D) $x + 2y + 2z + 1 = 0$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$ và bốn điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-1;2)$, $C(1;2;2)$, $D(3;-1;1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 - MC^2 - 4MD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a + b + c$.

- (A) $\frac{22}{7}$. (B) 2. (C) $-\frac{22}{7}$. (D) $-\frac{34}{7}$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$ và hai điểm $A(0;3;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$ bằng

- (A) 12. (B) $\sqrt{6}$. (C) 6. (D) $2\sqrt{6}$.

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P) : x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AN}$, biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;-1)$. Khi đó $a - b$ bằng

- (A) 4. (B) -2. (C) -5. (D) -4.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2\sqrt{2}$, $AB = 1$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng $\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) 1. (B) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y + z + 7 = 0$, đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$. Gọi A, B là hai điểm trên mặt cầu (S) và $AB = 4$; A', B' là hai điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với đường thẳng d . Giá trị lớn nhất của tổng $AA' + BB'$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

- (A) 13. (B) 11. (C) 12. (D) 14.

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P) : x + y + z - 7 = 0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

- (A) $\begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{7}{2} + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$.

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $A(4;-4;2)$, $B(6;0;6)$. Biết $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó biểu thức $P = a^2 + b^2 - c^2$ bằng

- (A) $P = 18$. (B) $P = 106$. (C) $P = 16$. (D) $P = 136$.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$, bán kính bằng 4. Cho mặt cầu (S') có tâm $I'(2;1;5)$, bán kính bằng 2. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với 2 mặt cầu trên. Tính khoảng cách nhỏ nhất từ gốc tọa độ O đến (P) .

- (A) $\frac{9-\sqrt{15}}{4}$. (B) $\frac{9+\sqrt{15}}{2}$. (C) $\frac{9-\sqrt{15}}{2}$. (D) $\frac{9+\sqrt{15}}{4}$.

Câu 78. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu điểm M trên trục hoành có hoành độ nguyên sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến đến mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 1$ và song song với $(Q) : 2x + y + 2z = 0$.

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(4;2;1)$. Điểm M trên d sao cho độ dài của vectơ $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB}$ nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là

- (A) $(-2;2;-2)$. (B) $(\frac{5}{2};-1;-\frac{1}{2})$. (C) $(-\frac{1}{2};1;-\frac{3}{2})$. (D) $(4;-2;0)$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ và điểm $M(2;3;-1)$. Mặt phẳng $(P) : 2x + by + cz + d = 0$ chứa đường thẳng Δ . Khi khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất, giá trị của $b+c+d$ bằng

- (A) 145. (B) 149. (C) 148. (D) 151.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$. Xét các điểm M di động trên đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$. Qua M vẽ đường thẳng cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B . Dựng mặt cầu tâm M , bán kính $\sqrt{MA \cdot MB}$. Khi đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu có diện tích nhỏ nhất thì M có tọa độ $M(a;b;c)$. Giá trị của $P = -a + 2b + 9c$ bằng

- (A) 3. (B) -3. (C) -4. (D) 4.

Câu 82. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = a^2$ và họ mặt phẳng $(P_m) : (m^2+1)x + 2my + 2\sqrt{2}z = 0$. Có bao nhiêu giá trị a để khi m thay đổi luôn có duy nhất một mặt cầu cố định có tâm nằm trên mặt cầu (S) và tiếp xúc với mặt phẳng (P_m) ?

- (A) 6. (B) 0. (C) 2. (D) 4.

Câu 83. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;4)$, $B(2;0;0)$, $C(4;0;0)$. Trên các tia Bm , Cn cùng phía và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lần lượt lấy các điểm M, N thỏa mãn $BM \cdot CN = 1$. Gọi I là trung điểm BC và E là điểm đối xứng của I qua trục tâm tam giác AMN . Biết khi M, N di động thì E nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

- (A) $\frac{\sqrt{17}}{9}$. (B) $\frac{17}{18}$. (C) $\frac{17}{9}$. (D) $\frac{18}{17}$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(0; 1; -4)$, $B(4; -7; -4)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 10 = 0$ sao cho $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM^2$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ M đến đường thẳng d ?

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{58}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 6.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 3)$ và $B(-2; -1; 1)$. Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là hai mặt cầu thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với đường thẳng AB lần lượt tại A và B , đồng thời tiếp xúc với nhau tại điểm M . Khi đó, khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 8 = 0$ đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

- (A) 5. (B) 6. (C) $5\sqrt{2}$. (D) $6\sqrt{2}$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB đạt giá trị nhỏ nhất. Biết Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2018; y_0; z_0)$. Tính $T = z_0 - y_0$.

- (A) $T = 1009$. (B) $T = 0$. (C) $T = -2018$. (D) $T = 2018$.

Câu 87. Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn O , bán kính $R = \sqrt{5}$ và góc ở đỉnh bằng 2α với $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H và cắt hình nón theo đường tròn tâm H . Gọi V là thể tích khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H . Biết V đạt giá trị lớn nhất khi $SH = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2$.

- (A) 21. (B) 43. (C) 32. (D) 12.

Câu 88. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$,

$$d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1} \text{ và } d_3: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ thay đổi cắt các đường thẳng } d_1, d_2, d_3$$

lần lượt tại A, B, C sao cho $T = AC + BC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tỉ số $\frac{AC}{BC}$.

- (A) $\frac{5}{2}$. (B) $\frac{7}{2}$. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{9}{2}$.

--- ★ ---

B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. D	2. D	3. B	4. B	5. B	6. C	7. A	8. D	9. C	10. B
11. B	12. C	13. C	14. D	15. D	16. D	17. A	18. C	19. D	20. B
21. C	22. D	23. A	24. D	25. D	26. D	27. C	28. B	29. C	30. A
31. B	32. B	33. A	34. B	35. D	36. C	37. B	38. A	39. A	40. C
41. A	42. C	43. B	44. A	45. C	46. C	47. B	48. B	49. C	50. D
51. D	52. A	53. B	54. B	55. A	56. D	57. D	58. A	59. D	60. D
61. B	62. C	63. A	64. D	65. C	66. C	67. D	68. A	69. A	70. B
71. D	72. B	73. C	74. D	75. B	76. C	77. C	78. D	79. B	80. B
81. A	82. C	83. C	84. C	85. A	86. D	87. B	88. A		

CHƯƠNG IV

SỐ PHỨC

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A. CÂU HỎI

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z+2i|$. Khi đó $P = M^2 + m^2$ bằng

- (A) 85. (B) 110. (C) $\frac{171}{2}$. (D) $\frac{167}{2}$.

Câu 2. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z^2 - 2z + 7)[z - 2(\bar{z})^2] = 0$?

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 3.

Câu 3. Cho số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + \bar{z} - 2| + 3|z - \bar{z} + 4i| \leq 6$ và $|z - 1 - i| \leq |z + 3 + i|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x + 3y + 5$. Khi đó $M + m$ bằng

- (A) $\frac{22}{5}$. (B) $-\frac{13}{5}$. (C) $\frac{33}{5}$. (D) $\frac{33}{5}$.

Câu 4. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- (A) $5 - \sqrt{21}$. (B) $20 - 4\sqrt{21}$. (C) $-5 + \sqrt{73}$. (D) $20 - 2\sqrt{73}$.

Câu 5. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0 + 2| = 6$?

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 6. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z+2+2i| = 1$ và $|w+2-i| = |w-3i|$. Khi $|z-w| + |w-3+3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z+2w|$

- (A) 7. (B) $\sqrt{61}$. (C) $2\sqrt{5}$. (D) $2\sqrt{13}$.

Câu 7. Cho 2 số phức z, w phân biệt thỏa mãn $|z| = |w| = 4$ và $(z-i)(\bar{w}+i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

- (A) $2\sqrt{14}$. (B) $2\sqrt{15}$. (C) 8. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 8. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z - m + 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt được biểu diễn hình học bởi hai điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$, với $C(-1;1)$. Tổng các phần tử trong T bằng

- (A) 4. (B) 9. (C) 8. (D) -1.

Câu 9. Xét các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 + z_2|$ khi biểu thức $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- (A) $M = \sqrt{41}$. (B) $M = 6$. (C) $M = 2\sqrt{5}$. (D) $M = 2\sqrt{13}$.

Câu 10. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1 - i| = |z_1 - 1 + i|$ và $|z_2 - 1| = |z_2 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 5| + |z_2 - 5|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A) (5;6). (B) (7;8). (C) (8;9). (D) (4;5).

Câu 11. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3 + 2i| = 1$ và $|z_2 + 2 - i| = 1$. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2a - b = 0$. Khi biểu thức $T = |z - z_1| + |z - 2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$ bằng

- (A) 4. (B) 9. (C) 5. (D) 10.

Câu 12. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = |5z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P là ba đỉnh của tam giác thì giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác MNP bằng

- (A) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. (D) $13\sqrt{5}$.

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Giá trị của biểu thức $P = a - 3b$ bằng

- (A) $P = -6$. (B) $P = -2$. (C) $P = 6$. (D) $P = 2$.

Câu 14. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $(z + i)(\bar{z} - i) = 16$ và $|z - 4 - 2i| = m$. Tính tổng các phần tử của tập S .

- (A) 9. (B) 8. (C) 14. (D) 10.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $|(2 + i)(z - 4) + 5i| = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 1 - 2i| + |z - 7 + 6i|$ bằng

- (A) $4 + 2\sqrt{13}$. (B) $8\sqrt{52}$. (C) $2\sqrt{53}$. (D) $2\sqrt{41}$.

Câu 16. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính giá trị của $T = |z_1| + |z_2|$.

- (A) $2\sqrt{13}$. (B) $4\sqrt{13}$. (C) $\frac{2\sqrt{97}}{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$.

Câu 17. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|z_1 = 4|z_2|z_2$. Biết rằng M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1, \bar{z}_2$ trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn MON có diện tích bằng 32, khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + z_2|$ bằng

- (A) $8\sqrt{2}$. (B) $12\sqrt{2}$. (C) 12. (D) 16.

Câu 18. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - mz + m + 8 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 , thỏa mãn $|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2|$?

- (A) 5. (B) 6. (C) 11. (D) 12.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính môđun của số phức $w = M + mi$.

- (A) $|w| = 2\sqrt{314}$. (B) $|w| = 2\sqrt{309}$. (C) $|w| = \sqrt{1258}$. (D) $|w| = 3\sqrt{137}$.

Câu 20. Trên tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Biết phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và z_2 , khi đó giá trị của $|az_1 - bz_2|$ bằng

- (A) $6\sqrt{10}$. (B) 18. (C) $15\sqrt{3}$. (D) $5\sqrt{13}$.

Câu 21. Xét các số phức z có phần thực âm thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 3 - i| + |z - \sqrt{3}i| + |z + \sqrt{3}i|$ bằng

- (A) 6. (B) $\sqrt{37}$. (C) $4 + \sqrt{17}$. (D) $3 + \sqrt{17}$.

Câu 22. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 - 20 = 0$ với a, b là các tham số nguyên dương. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 3iz_2 = 7 + 5i$ thì giá trị biểu thức $7a + 5b$ bằng

- (A) 19. (B) 17. (C) 32. (D) 40.

Câu 23. Cho phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 8 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \bar{z}_1 = z_2 \bar{z}_2$?

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 24. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z| = |w| = 1$, $|z + w| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |zw + 2i(z + w) - 4|$ bằng

- (A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{1 + 5\sqrt{2}}{4}$. (C) $5 - 2\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 25. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 - 2i| = \frac{1}{8}$ và $|z_2 - 1| + |z_2 + 1| = 2\sqrt{5}$. Số phức z thỏa mãn $|2z + 2 - 5i| = |2z + 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z - 2z_1| + |z - z_2|$ bằng

- (A) $\frac{23}{4}$. (B) $\frac{13}{2}$. (C) $\frac{11}{2}$. (D) 5.

Câu 26. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của tham số m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$. Trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên m_0 ?

- (A) 11. (B) 13. (C) 12. (D) 10.

Câu 27. Biết rằng phương trình $z^2 + mz + 8 - m^2 = 0$ (m là tham số thực) có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 và $z_0 = 2$. Có bao nhiêu giá trị của m để ΔABC đều?

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 28. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 29. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = |\bar{z} - 1|$, $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$ và số phức w thỏa mãn $|w - 2 - 4i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w|$ bằng:

- (A) $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{17} - 1$. (C) 4. (D) $\sqrt{26}$.

Câu 30. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$ và $|z_1 + 4 - 4i| = 3\sqrt{2} - |z_2|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 + 1 + 2i|$, giá trị $M^2 + m^2$ bằng

- (A) 50. (B) 54. (C) 34. (D) $\frac{99}{2}$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 1 - i)(\bar{z} + 1 + i) = 5$ và $P = |z - 2i|^2 - |z + 1|^2$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P bằng

- (A) -9. (B) 11. (C) 2. (D) 20.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 6i| = |\bar{z} - 3 + 5i|$ và số phức z_1 có phần thực bằng phần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z - z_1 + z_1^2|$ là

- (A) $\frac{3\sqrt{26}}{26}$. (B) $\frac{9}{8}$. (C) $\frac{1}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{26}}{26}$.

Câu 33. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 3m + 10 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 không phải số thực thỏa mãn $|z_1| + |z_2| \leq 8$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 34. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z - 6)(8 - i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- (A) $20 - 4\sqrt{21}$. (B) $5 - \sqrt{21}$. (C) $20 - 2\sqrt{73}$. (D) $-5 + \sqrt{73}$.

Câu 35. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + i| + |z - i| = 4$ và $(z + i)\bar{z}$ là số thực?

- (A) 2. (B) 0. (C) 4. (D) 1.

Câu 36. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $5b + c = 4$. (B) $5b + c = -4$. (C) $5b + 6c = 12$. (D) $5b + c = -12$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4| + 2|z - 3 + 2i|$ là

- (A) $P = 2\sqrt{5}$. (B) $P = 4\sqrt{2}$. (C) $P = \sqrt{3}$. (D) $P = \sqrt{2}$.

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = (z - 6)(8 + \overline{z}i)$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 8$, giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 + 3z_2|$ bằng

- (A) $20 - \sqrt{13}$. (B) $5 - \sqrt{13}$. (C) $20 - 4\sqrt{13}$. (D) $20 - 8\sqrt{2}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $z^2 + 3z + m^2 - 2m = 0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0| = 2$. Tổng tất cả các số trong tập S bằng

- (A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 2.

Câu 40. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z - i| = 1$, $|z| = |w|$ và zw là số thuần ảo với phần ảo dương. Giá trị nhỏ nhất của $|w - 4 - 4i|$ bằng

- (A) $\sqrt{29}$. (B) 6. (C) 4. (D) $\sqrt{35}$.

Câu 41. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \overline{z}) - 16i = i(z + \overline{z} - 1)^2$ và $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = 4b - 2a$.

- (A) $S = 4$. (B) $S = 5$. (C) $S = 6$. (D) $S = 7$.

Câu 42. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z| = 7$, $|w| = 7$ và $|3z - 4w| = 35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z + 3w + 2022i|$ bằng

- (A) 2022. (B) 2057. (C) 4044. (D) 2071.

Câu 43. Cho hai số phức z và w , biết rằng số phức z có phần thực và phần ảo đều khác 0 và thỏa mãn $\frac{2z^2 + 3z + 4}{z^2 + z + 1}$ là số thực. Số phức w thỏa mãn $|w + 5 + 4i| = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z + w + 1 + 2i|$ bằng

- (A) $2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$. (B) $3\sqrt{10} - 2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$. (D) $2\sqrt{10} - 2\sqrt{3}$.

Câu 44. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m - 3 = 0$ (với m là tham số thực). Gọi hai điểm A và B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình đã cho. Biết rằng ba điểm O, A, B là ba đỉnh của một tam giác vuông (với O là gốc tọa độ), khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) $m \in [3; 8)$. (B) $m \in (-2; 3)$. (C) $m \in [8; 10]$. (D) $m \in (-6; -2]$.

Câu 45. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 5i| = 2$ và $|z_2 + 3 + 3i| = 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$, khi đó $M + m$ bằng

- (A) 25. (B) 15. (C) 10. (D) 20.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{18}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 3$, giá trị lớn nhất của $P = 5|z_1 - 3 - 5i|^2 + 2|z_2 - 3 - 5i|^2$ gần bằng với giá trị nào sau đây?

- (A) 1533. (B) 1530. (C) 1532. (D) 1531.

Câu 47. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z_1 + z_2|$.

- (A) $\sqrt{2} + 1$. (B) $\sqrt{2} - 1$. (C) $2\sqrt{2} + 1$. (D) $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 48. Cho phương trình $25z^2 - 150z + 225 + m^4 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 . Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{32}{5}$. Khi đó tích các giá trị của các phần tử của tập S bằng

- (A) -4 . (B) -8 . (C) 4 . (D) -16 .

Câu 49. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) không là số thực và thỏa mãn $\frac{3z^2 + 4z + 5}{z^2 + z + 2}$ là số thực. Tính $a + b$ khi biểu thức $P = |z - 5| + 2|z - 2 - 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $2 + \sqrt{3}$. (B) $4 + \sqrt{3}$. (C) 4 . (D) $4 - \sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời $|z - 1| = \sqrt{34}$, $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$ (trong đó m là số thực) và sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị $|z_1 + z_2|$ bằng

- (A) 2 . (B) 10 . (C) $\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{130}$.

Câu 51. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- (A) $4 + 2\sqrt{13}$. (B) $6\sqrt{7}$. (C) $2\sqrt{53}$. (D) $4\sqrt{13}$.

Câu 52. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + i| = \sqrt{10}$. Tính giá trị biểu thức $P = 2a + 7b$ khi biểu thức $|z + 6 + 5i| + |z - 6 + 9i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- (A) $P = -27$. (B) $P = 25$. (C) $P = 20$. (D) $P = -4$.

Câu 53. Cho a là số thực, phương trình $z^2 + (a - 2)z + 2a - 3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 . Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng 120° , tính tổng các giá trị của a .

- (A) -6 . (B) -4 . (C) 6 . (D) 4 .

Câu 54. Trong tập số phức, cho phương trình $z^2 - 2(m - 1)z + 2m^2 - 7m + 5 = 0$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$ là

- (A) 16 . (B) 17 . (C) 14 . (D) 15 .

Câu 55. Cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Khi đó điểm biểu diễn số phức $w = \frac{z - 1 + i}{z - 2 - i}$ thuộc đường thẳng nào dưới đây?

- (A) $4x + 8y + 1 = 0$. (B) $4x - 8y + 1 = 0$. (C) $4x - 8y - 3 = 0$. (D) $4x + 8y - 3 = 0$.

Câu 56. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z - 2 - i| = \sqrt{26}$ và $|z + 2 + mi| = |z - m + i|$ ($m \in \mathbb{R}$). Khi $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

- (A) $2\sqrt{6}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) $2\sqrt{5}$.

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 58. Gọi z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = 1, |iz_2 - 1 + 3i| = 2$. Khi $|z_1^2 - z_1 z_2 - 1|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z_1 + z_2 + \sqrt{2}(1+i)|$ bằng

- (A) 3. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 1. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 59. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$ bằng

- (A) $3\sqrt{2} - 2$. (B) $2\sqrt{2} - 2$. (C) $3\sqrt{2} - 1$. (D) $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 60. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-2)z + a^2 + 3a + 2 = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|\overline{z_1} + \overline{z_2}| = |z_1 - \overline{z_1}|$?

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 61. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $4z^2 + 4(m-1)z + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{10}$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 62. Cho hai số phức z_1, z_2 và số thực k thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} |z_1| = 2; |z_2 + 1|^2 - |z_2|^2 = 7 \\ |z_1 - 2|^2 - |z_1 - 2i|^2 = k; |z_2 - 2|^2 - |z_2 - 2i|^2 = k \end{cases}$$

Khi $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $0 < k < 7$. (B) $k < 0$. (C) $7 < k < 12$. (D) $k > 12$.

Câu 63. Xét các số phức w, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 + 2i| + |z_1 - 5 - 6i| = 10, |w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2+i)(z_2 - 4)$. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a \in (1; 3)$. (B) $a \in (-1; 1)$. (C) $a \in (0; 2)$. (D) $a \in (2; 5)$.

Câu 64. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - az + b = 0$, với a, b là các tham số thực. Có bao nhiêu cặp giá trị nguyên a và b thuộc đoạn $[-10; 10]$ sao cho phương trình trên có hai nghiệm z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- (A) 26. (B) 5. (C) 25. (D) 6.

Câu 65. Xét z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|\overline{z_1} - 3 + 2i| = |\overline{z_2} - 3 + 2i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + z_2 - 3 - 5i|$. Khi đó $m + 2n$ bằng

- (A) $6 - \sqrt{10}$. (B) $3\sqrt{34} - 2$. (C) $6 - \sqrt{34}$. (D) $3\sqrt{10} - 2$.

Câu 66. Giả sử z và w là hai số phức thỏa mãn $|z| = |w| = \frac{5}{2}$ và $|z - w| = 4$. Trên mặt phẳng Oxy , gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức $z + w$ và $3z + w$. Diện tích tam giác OMN bằng

- (A) 6. (B) 3. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 67. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z| = |w| = 2$ và $z\overline{w} + w\overline{z} + 8 = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z - i}{w + 3i} \right|$. Khi đó $M - 5m$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- (A) $M - 5m = -3$. (B) $M - 5m = 3$. (C) $M - 5m = 2$. (D) $M - 5m = -2$.

Câu 68. Xét các số thực a thay đổi thỏa mãn $|a| \leq 2$ và z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - az + 1 = 0$. Gọi $A\left(\frac{7}{2}; 2\right)$ và M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 . Giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AMN bằng

- (A) $\frac{7}{2}$. (B) $\frac{15\sqrt{15}}{16}$. (C) $2\sqrt{3}$. (D) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Câu 69. Cho số phức w biết rằng $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm của một phương trình bậc hai với hệ số thực. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- (A) $T = 2\sqrt{13}$. (B) $T = \frac{10}{3}$. (C) $T = 4\sqrt{13}$. (D) $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$.

Câu 70. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a - 4)z + a^2 - a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 71. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z = (1 + i)|z| + (3 + z)i$. Tính giá trị của $T = 10a + 5b$?

- (A) 5. (B) 10. (C) 15. (D) -5.

Câu 72. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1, \left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{2} - 1$. (C) $\sqrt{2}$. (D) 1.

Câu 73. Cho các số phức z, w và t lần lượt thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 1, w = 3i(z + 1) + 1 + 4i$ và $|t - 4 + i| = |t - 3i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |z - t| + |w - t|$.

- (A) 6. (B) 14. (C) $2\sqrt{5} - 4$. (D) $\frac{14\sqrt{5}}{3}$.

Câu 74. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1, |w| = 2$. Khi $|z - w - 3 - 4i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|2z - w|$ bằng

- (A) 8. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 75. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các tham số thực. Có bao nhiêu cặp số $(a; b)$ thỏa mãn phương trình đã cho có hai nghiệm z_1, z_2 và $z_1 + 2iz_2 = 5 + 4i$?

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 76. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 8$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z_1 và iz_2 . Biết $\widehat{MON} = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + z_2^2|$.

- (A) $T = 64$. (B) $T = 64\sqrt{3}$. (C) $T = 48\sqrt{3}$. (D) $T = 48$.

Câu 77. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2(m + 3)z + 16m = 0$ (m là tham số thực), gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| = |z_2 + 1|$. Tính tổng các phần tử của S .

- (A) 32. (B) 33. (C) 35. (D) 30.

Câu 78. Cho hai số phức z và w thỏa $|z - 5 - 2i| = 2$ và $|w - 2 - 3i| - |w + 7| = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - w| + \left|w + \frac{12}{5} - \frac{11}{5}i\right|$ bằng

- (A) $8\sqrt{3}$. (B) 8. (C) $6\sqrt{2}$. (D) 6.

Câu 79. Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

- (A) $|z| = 2$. (B) $|z| = 4$. (C) $|z| = \frac{1}{2}$. (D) $|z| = 1$.

---★---

B. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. B	2. C	3. A	4. D	5. A	6. B	7. B	8. C	9. D	10. C
11. C	12. B	13. C	14. D	15. D	16. C	17. B	18. A	19. C	20. D
21. B	22. C	23. B	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. C
31. C	32. D	33. D	34. C	35. A	36. D	37. B	38. C	39. A	40. C
41. D	42. B	43. D	44. A	45. D	46. D	47. D	48. D	49. A	50. A
51. C	52. C	53. C	54. D	55. A	56. D	57. C	58. A	59. D	60. D
61. B	62. C	63. C	64. C	65. D	66. A	67. D	68. B	69. D	70. B
71. C	72. A	73. A	74. C	75. C	76. B	77. B	78. D	79. A	